نام و نام خانوادگی آرتین شیروانی فر پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۸ کلاس دهم سپرانه B

۱

الف) $\tan\frac{۱۱\pi}{۴}+\sin\frac{۱۵\pi}{۴}\cos\frac{۱۳\pi}{۴}=-۱+\overset{\frac{۱}{۲}}{\cancel{\left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)}}=\boxed{-\frac{۱}{۲}}$

$\frac{۱۱\pi}{۴}=۲\pi+\frac{۳\pi}{۴}\rightarrow\tan\left(\frac{۱۱\pi}{۴}\right)=\tan\left(\frac{۳\pi}{۴}\right)=-۱$ / $\frac{۱۳\pi}{۴}=۲\pi+\frac{۵\pi}{۴}\rightarrow\cos\frac{۱۳\pi}{۴}=\cos\frac{۵\pi}{۴}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\frac{۱۵\pi}{۴}=۲\pi+\frac{۷\pi}{۴}\rightarrow\sin\frac{۱۵\pi}{۴}=\sin\frac{۷\pi}{۴}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

ب) $\tan\frac{۱۷\pi}{۶}\sin\frac{۱۱\pi}{۳}+\cos\frac{۱۰\pi}{۳}=\underset{\frac{۱}{۲}}{\cancel{\left(-\frac{\sqrt{۳}}{۳}\times-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)}}-\frac{۱}{۲}=\boxed{۰}$

$\tan\frac{۱۷\pi}{۶}=\tan\frac{۵\pi}{۶}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

$\cos\frac{۱۰\pi}{۳}=\cos\frac{۴\pi}{۳}=-\frac{۱}{۲}$

$\sin\frac{۱۱\pi}{۳}=\sin\frac{۵\pi}{۳}=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۲

$\cot x=۴$

$\frac{\cos x}{\sin x}=۴\rightarrow\cos x=۴\sin x$

$\frac{۳\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}=$

$\frac{۳(۴\sin x)-\sin x}{۴\sin x+\sin x}=\frac{۱۱\cancel{\sin x}}{۵\cancel{\sin x}}=\boxed{\frac{۱۱}{۵}}$

۳

$\sin\alpha=۲\cos\alpha$

انتهای کمان α در ربع سوم یعنی sin − cos −

$\sin^۲+\cos^۲=۱\rightarrow(۲\cos)^۲+\cos^۲=۱\rightarrow۵\cos^۲=۱\rightarrow\cos^۲=\frac{۱}{۵}$

$\cos=\pm\frac{۱}{\sqrt{۵}}$ ← غ ق ق چون در ربع ۳ است.

پس $\cos=-\frac{۱}{\sqrt{۵}}$

۴

الف) α در ربع دوم و $\sin\alpha=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$: (sin + cos −)

$\cos\left(\overbrace{\frac{۱۱\pi}{۴}}^{۲\pi+\frac{۳\pi}{۴}}+\alpha\right)=\cos\left(\frac{۳\pi}{۴}+\alpha\right)=$

$\cos\frac{۳\pi}{۴}\cos\alpha-\sin\frac{۳\pi}{۴}\sin\alpha=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos\alpha-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin\alpha=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\cos\alpha+\sin\alpha)$

★ $\cos\alpha=\sqrt{۱-\sin^۲\alpha}=\sqrt{۱-\frac{۲}{۱۰۰}}=\frac{\cancel{\pm}۷\sqrt{۲}}{۱۰}$

$=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\left(\frac{-۷\sqrt{۲}}{۱۰}+\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\right)=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times-\frac{۶\sqrt{۲}}{۱۰}=\frac{۱۲}{۲۰}=\boxed{\frac{۳}{۵}}$

ب) $\tan\alpha=\frac{۱}{۷}$ و α در ربع اول (cos + , sin +) : $\sin\left(\frac{۱۳\pi}{۴}+\alpha\right)=\sin\left(\frac{۵\pi}{۴}+\alpha\right)=$

$۷\sin\alpha=\cos\alpha$

$\sin\frac{۵\pi}{۴}\cos\alpha+\sin\alpha\cos\frac{۵\pi}{۴}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos\alpha+\left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin\alpha\right)=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\sin\alpha+\cos\alpha)=-\frac{\sqrt{۲}}{\cancel{۲}}\times\frac{\overset{۲۰}{\cancel{۴۰}}\sqrt{۲}}{۵۰}=\boxed{-\frac{۴}{۵}}$

۵

$۲\sin^۲x+\cos^۲x=\frac{۴}{۳}\xrightarrow{\sin^۲x+\cos^۲x=۱}\sin^۲+\overbrace{\sin^۲+\cos^۲}^{۱}=\frac{۴}{۳}\rightarrow\sin^۲x=\frac{۱}{۳}$

پس طبق $\sin^۲+\cos^۲=۱\rightarrow\cos^۲x=\frac{۲}{۳}$

$\tan^۲=\frac{\sin^۲}{\cos^۲}=\frac{\frac{۱}{\cancel{۳}}}{\frac{۲}{\cancel{۳}}}=\boxed{\frac{۱}{۲}}$

$\sin^۲+\cos^۲=۱\rightarrow\sin^۲+۴۹\sin^۲=۱$

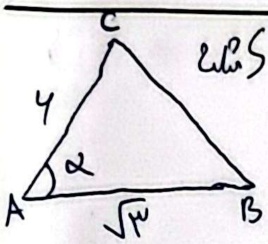
$۵۰\sin^۲=۱$

$\sin^۲=\frac{۱}{۵۰}\rightarrow\sin=\underset{\text{غ ق ق}}{\pm}\frac{۱}{\sqrt{۵۰}}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۵۰}\rightarrow\cos=\frac{۳۵\sqrt{۲}}{۵۰}$

$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{۴۰\sqrt{۲}}{۵۰}$

۶

$\sqrt{۳}\times۴=۴\sqrt{۳}$



$$\text{مثلث}\ S=\frac{۱}{۲}\sin\alpha\cdot\underbrace{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}\rightarrow ۴٫۵=\frac{۱}{۲}\sin\alpha\,(۴\sqrt{۳})$$

$$\sin\alpha=\frac{۴٫۵}{۳\sqrt{۳}}=\frac{۱٫۵}{\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}}=\frac{\frac{\cancel{۳}\sqrt{۳}}{۲}}{\cancel{۳}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\sin\alpha=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\begin{cases}\alpha=\frac{\pi}{۳}\ (\min)\\ \alpha=\frac{۲\pi}{۳}\ (\max)\end{cases}$$

$$\frac{\alpha\max}{\alpha\min}=\frac{\frac{۲\pi}{۳}}{\frac{\pi}{۳}}=\boxed{۲}$$

۷

$$\left.\begin{array}{l}S=۵۴\\ \frac{a}{b}=\frac{۲}{۳}\\ \alpha=۱۵۰^\circ\end{array}\right\}\ \begin{array}{l}a=۲m\\ b=۳m\end{array}\longrightarrow S=ab\sin\alpha\longrightarrow ۵۴=\overbrace{(۲m)(۳m)}^{۳m^۲}\times\frac{۱}{۲}$$

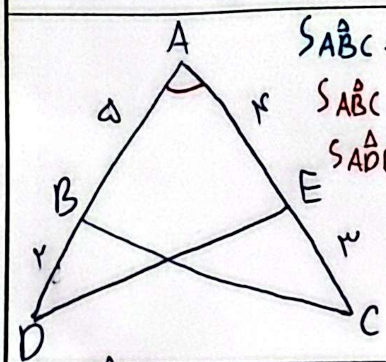
$$\longrightarrow m^۲=۱۸\rightarrow m=\sqrt{۱۸}=۳\sqrt{۲}$$

$$a=۲m=۲\times۳\sqrt{۲}=۶\sqrt{۲}$$

$$b=۳m=۳\times۳\sqrt{۲}=۹\sqrt{۲}$$

$$P=۲(a+b)=۲(۶\sqrt{۲}+۹\sqrt{۲})=۲(۱۵\sqrt{۲})=\boxed{۳۰\sqrt{۲}}$$

۸



$$S_{A\hat{B}C}-S_{A\hat{D}E}=۱٫۷۵$$

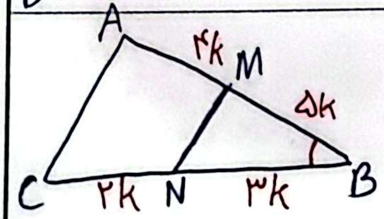
$$\left.\begin{array}{l}S_{A\hat{B}C}=\frac{۱}{۲}\times۵\times۷\times\sin\hat{A}=۱۷٫۵\sin\hat{A}\\ S_{A\hat{D}E}=\frac{۱}{۲}\times۴\times۷\times\sin\hat{A}=۱۴\sin\hat{A}\end{array}\right\}\rightarrow ۳٫۵\sin\hat{A}=۱٫۷۵$$

$$\sin\hat{A}=\frac{۱}{۲}$$

$$\hat{A}=۳۰^\circ$$

$$\tan\hat{A}=\tan۳۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۹



$$۲\overline{BN}=۳\overline{NC}\longrightarrow\frac{BN}{NC}=\frac{۳}{۲}\begin{cases}\overline{BN}=۳k\\ \overline{NC}=۲k\end{cases}$$

$$S_{A\hat{B}C}=۳S_{B\hat{M}N}$$

$$\frac{S_{A\hat{B}C}}{S_{BMN}}=\frac{\cancel{\frac{۱}{۲}}\times AB\times\overset{۵k}{\cancel{BC}}\times\cancel{\sin B}}{\cancel{\frac{۱}{۲}}\times BM\times\underset{۳k}{\cancel{BN}}\times\cancel{\sin B}}=۳\rightarrow\frac{۵AB}{۳BM}=۳$$

$$\frac{BM}{AB}=\frac{۵k}{۹k}\longrightarrow\frac{BM}{AM}=\frac{۵k}{۴k}=\boxed{۱٫۲۵}$$

۱۰

$$\frac{۱}{\sqrt{\cos^۲\alpha}}-\tan\alpha=\frac{۱+\sin\alpha}{|\cos\alpha|}\rightarrow\frac{۱}{|\cos\alpha|}-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{۱+\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$$

$$\rightarrow-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha}{|\cos\alpha|}\begin{cases}\cos>۰\longrightarrow-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sin}{\cos}\longrightarrow\sin\alpha=۰\rightarrow\alpha=\overset{۲\pi}{\cancel{}}\\ \overset{\cancel{\tan}}{\cos<۰}\longrightarrow-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha}{-\cos\alpha}\rightarrow-\tan\alpha=-\tan\alpha\ ✓\end{cases}$$

$$\alpha=\left(\frac{\cancel{\pi}}{۲},\frac{۳\pi}{۲}\right)$$

$$\frac{|\sin\alpha|}{\cos\alpha}=-\frac{\cancel{۱}^{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}}{\cancel{\cot\alpha}}\longrightarrow\frac{|\sin\alpha|}{\cos\alpha}=-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\rightarrow|\sin\alpha|=-\sin\alpha$$

ربع ۲ یا ۳

$\sin\alpha\leqslant۰$

ربع ۱ یا ۳

اگر از معادلات اشتراک گرفته شود

انتهای کمان α در ربع سوم

است.