

$$\{1\}, \{2, 3, 4\}, \dots, \{50, 51, \dots, 94\}, \{95, 96, \dots, 111\}$$

دسته ۱ دسته ۲ دسته ۳ دسته ۴

عدد اول در دسته ۱ = ۵۰ ✓
 عدد آخر در دسته ۱ = ۱۱۱ ✓
 میانگین = $\frac{50+111}{2} = 75.5$ ✓

(۲)

دسته ۱: {1, 2, 3} → +۹
 دسته ۲: {4, 5, 6, ..., 12} → +۲۷
 دسته ۳: {13, 14, 15, ..., 39} → +۲۷
 دسته ۴: {40, 41, ..., 94} → +۲۷
 دسته ۵: {95, 96, ..., 111} → +۲۷

میانگین اعداد در دسته ۵ = $\frac{40+111}{2} = 75.5$
 میانگین اعداد اول و آخر در دسته ۵ = $\frac{40+111}{2} = 75.5$
 میانگین = $\frac{39+94}{2} = 66.5$
 میانگین = $\frac{111+95}{2} = 103$

دسته ۵ = {۳۹, ..., ۹۴}

دسته ۶ = {۱۲۱, ۱۲۲, ..., ۳۹۳}

میانگین = $\frac{121+393}{2} = 257$

(۵)

$a_0 = 1, a_1 = 4, a_2 = -1$
 $a_3 = 4, a_4 = 2, a_5 = 1+a=0$
 $a_6 = 4, a_7 = 0, a_8 = 2+a=1$
 $a_9 = 1, a_{10} = -2$

$S = 22 + 2a = 19 \Rightarrow a = -1$

$\sum_{k=1}^n \left[\frac{2k}{k+2} \right] - 1 = \left[\frac{2k}{k+2} + \frac{k+2}{k+2} \right] - 1 = 1$

$\sum_{k=1}^9 \left[\frac{2k}{k+2} \right] = 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 17$

(۵)

$a = \frac{1}{b_0} \times \frac{a_0}{1f} = -\frac{1}{5} \checkmark$
 $a_n = a_n' + b_n + c$
 $2a_0 + b + c = 14$
 $4a_1 + b + c = 14/2$
 $\frac{1}{5}$

$\Rightarrow ab + c = 19$
 $5b + c = 11$
 $b = 9 \Rightarrow b = 9/5$
 $c = 5/5$

$a_{10} = \frac{1}{5} \times 12 + 9/5 + 5/5 = 19$
 $a_1 = \frac{1}{5} + 9/5 + 5/5 = 11$

(۵)

$a_0 = 3^r = a_1^r$
 $a_1 = a_2^r$
 $a_2 = a_3^r$

$a_0 \times a_1 = (a_1)^r \Rightarrow a_1^r \times a_1^r = a_1^r \times a_1^r \Rightarrow a_1^r \times a_1^r = 1 \Rightarrow r = 2, a_1 = \frac{1}{3}$

$a_1 = \frac{1}{3} \checkmark$
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \checkmark$

(۲)

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_2 = 2 \\ a_4 = 4 \\ a_6 = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = 4 \\ a_3 = 2 \\ a_5 = 0 \end{cases}$$

سوال ۳

میانگین اول $\leftarrow a_0, a_2, a_4, a_6$

میانگین دوم $\leftarrow a_1, a_3, a_5$

میانگین سوم $\leftarrow a_7, a_8, a_9$

$$\begin{cases} a_2 = a+1 \\ a_4 = a+1 \\ a_6 = a+2 \end{cases}$$

$$S_1 = 1 + 4 + (a+1) + 2 + 2 + (a+1) + 4 + 0 + (a+2) + 8 = 19 \rightarrow a = -2$$

جمع جملات $a_2 + a_4 + \dots$ از میانگین سوم:

$$a_n = \left\lfloor \frac{n}{k+2} \right\rfloor + a \xrightarrow{n=3k+2} \left\lfloor \frac{3k+2}{k+2} \right\rfloor - 2 \rightarrow a_n = \left\lfloor \frac{2(k+2)}{k+2} + \frac{k-2}{k+2} \right\rfloor - 2$$

$$\rightarrow S_n = \left\lfloor 2 + \frac{k-2}{k+2} \right\rfloor - 2 = \frac{k-2}{k+2}$$

عبارت $\left\lfloor \frac{k-2}{k+2} \right\rfloor$ به ازای $k=0, k=1$ برابر 1- است، به ازای سایر اعداد حسابی برابر صفر است:

$$\sum_{k=0}^4 \left\lfloor \frac{k-2}{k+2} \right\rfloor = -2$$

$$t_n = an^r + bn + c \rightarrow \begin{cases} t_0 = 2a + 0b + c = 14 \\ t_1 = 4a + 1b + c = 14/2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a + b = 14 \\ 12a + b = 7 \end{cases}$$

سوال ۴

$$a = \frac{1}{v_1} (-t_0) = \frac{1}{v_1} (-14) = -\frac{1}{5} \rightarrow a = -\frac{1}{5}$$

$$b = 4, c = -1$$

$$t_{10} = -\frac{1}{5} (10)^2 + 4(10) - 1 = 14$$

$$\frac{t_{10}}{t_1} = \frac{14}{7} = 2$$

$$t_1 = -\frac{1}{5} (1)^2 + 4(1) - 1 = 7/5$$

سوال ۵

$$a_f = b_r \rightarrow a_1 + 1d = b_r \rightarrow fd = b_r - b_1$$

$$a_n = b_v \rightarrow a_1 + vd = b_v$$

$$b_n = c_n + k \rightarrow b_v - b_r = (vc + k) - (rc + k) = \omega c$$

$$\omega c = fd$$

$$b_1 = 0 \rightarrow 1 \cdot c + k = 0 \rightarrow k = -1 \cdot c$$

$$\frac{b_{10}}{d} = \frac{1 \cdot \omega c + k}{d} \rightarrow \frac{1 \cdot \omega c - 1 \cdot c}{d} = \frac{\omega c}{d} = \frac{fd}{d} \rightarrow \frac{b_{10}}{d} = f$$

سوال ۶

$$a_r = a + d \rightarrow r(a+d)^r = \omega a(a+rd) + r a(a+d)$$

$$ra^r + rd^r + r a d = \omega a^r + \omega a r d + r a^r + r a d \rightarrow ra^r + a d - r d^r = 0$$

$$a = \frac{-d \pm \sqrt{d^r - r(r)(-rd^r)}}{r} = \frac{-d \pm \sqrt{r^2 d^r}}{r} = \frac{-d \pm r d}{r} \rightarrow \begin{cases} a = -rd \\ a = \frac{rd}{r} \end{cases}$$

$$a = -rd \rightarrow \frac{a_r}{d} = \frac{a_1 + r d}{d} = \frac{d}{d} = 1$$

$$a = \frac{rd}{r} \rightarrow \frac{a_r}{d} = \frac{a_1 + r d}{d} = \frac{rd}{d} = r$$

سوال ۷

$$\left. \begin{aligned} a, b, c \xrightarrow{\text{مساوی}} b = \frac{a+c}{r} \rightarrow a = rb - c \\ b, \frac{a}{r}, \frac{c}{r} \xrightarrow{\text{مساوی}} \frac{a}{r} = b \times \frac{c}{r} \rightarrow a = bc \end{aligned} \right\} \rightarrow (rb - c)^r = bc \rightarrow rb^r - \omega bc + c^r = 0$$

$$(b - c)(rb - c) = 0 \rightarrow \begin{cases} b = c \text{ X} \\ rb = c \end{cases}$$

$$\text{مساوی} \rightarrow b, \frac{a}{r}, \frac{c}{r} \rightarrow b, \frac{-rb}{r}, \frac{rb}{r}$$

$$r_q = -r \leftarrow q = -1 \leftarrow b, -b, b$$

$$a = -rb \leftarrow \frac{a + rb}{r} = b$$

سوال ۸

$$a, b, c \xrightarrow{\text{مساوی}} a, aq, aq^r$$

$$rb, ra, c \xrightarrow{\text{مساوی}} raq, ra, aq^r \xrightarrow{\text{مساوی}} \frac{raq + aq^r}{r} = ra \rightarrow raq + aq^r = ra$$

$$aq^r + raq - ra = 0 \xrightarrow{\div a} q^r + rq - r = 0 \rightarrow (q+r)(q-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} q = 1 \text{ X} \\ q = -r \end{cases}$$

$$\frac{a_q}{a_r} = \frac{aq^r}{aq^{\omega}} = q^r \rightarrow \frac{a_q}{a_r} = -r$$

سوال ۹

$$\frac{a_r}{(ar)^r} + \frac{a_r}{(a)^r} = \frac{aq^{\omega}}{(aq)^r} + \frac{aq}{a^r} = \frac{aq^{\omega}}{a^r q^r} + \frac{aq}{a^r} = r \rightarrow \frac{q^r}{a^r} + \frac{q}{a} = r$$

$$\frac{q}{a} = t \rightarrow t^r + t - r = 0 \rightarrow \begin{cases} t = -r \rightarrow \frac{q}{a} = -r \\ t = 1 \rightarrow \frac{q}{a} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{a^r}{a_r} = \frac{a^r}{aq} = \frac{a}{q} \rightarrow \begin{cases} \frac{a}{q} = -\frac{1}{r} \\ \frac{a}{q} = 1 \end{cases}$$