دهم B — ایلیا خاکسار — ۲۰

عدد آخر دسته نهم ⇐ ۸۱

عدد اول ⇐ $۸^۲ + ۱ = ۶۵$

$۸۱ - ۶۵ = ۸ = d \quad ۶۵ + ۸ = \boxed{۷۳}$

(۲) ۱

$\frac{۳۶۳ + ۱۲۱}{۲} = \boxed{۲۴۲}$

$\{۱,۲,۳\} \ \{۴,۵,\dots,۱۲\} \ \{۱۳,\dots,۳۹\} \ \{۴۰,\dots,۱۲۰\} \ \{۱۲۱,\dots,۳۶۳\}$

(۲) ۲

ضابطه اول ← $a_۰, a_۳, a_۶, a_۹$ — ضابطه دوم ← $a_۱, a_۴, a_۷$ — ضابطه سوم ← $a_۲, a_۵, a_۸$

$S_{۱۰} = ۱ + ۴ + (۱+a) + ۲ + (۱+a) + ۴ + ۰ + (۲+a) + ۸ = ۱۹ \Rightarrow a = -۲$

$n = ۳k + ۲$

$a_n = \left[\frac{n}{k+1}\right] - ۲ \rightarrow \frac{۳k+۲}{k+۲} - ۲ = \left[\frac{k-۲}{k+۲}\right]$

$\Rightarrow \text{if } k = ۰, ۱ \Rightarrow -۱$

جواب = $\boxed{-۲}$

(۲) ۳

$\frac{1}{۷۰} \times (-۱۴) = -\frac{۱}{۵} \quad a_n = -\frac{n^۲}{۵} + bn + c \quad a_۵ = -۵ + ۵b + c = ۱۴ \Rightarrow ۵b + c = ۱۹$

$a_۷ = -۹\frac{۴}{۵} + ۷b + c = ۱۷{,}۲ \Rightarrow ۷b + c = ۲۷ \Rightarrow ۲b = ۲۷ - ۱۹ = ۸$

$b = ۴$, $c = -۱$

$a_n = -\frac{n^۲}{۵} + ۴n - ۱$

$a_{۱۵} = \frac{۲۲۵}{۵} + ۶۰ - ۱ = ۱۴$

$a_۱ = -\frac{۱}{۵} + ۴ - ۱ = ۲\frac{۴}{۵}$

$\frac{۱۴}{\frac{۱۴}{۵}} = \boxed{۵}$

(۲) ۴

$a_۲ = t_۴ \quad a_۷ = t_۸ \quad d(t) = \frac{۵}{۴} d(a) \quad \frac{a_۷ - a_۲}{۵} = \frac{x}{۵} \quad \frac{t_۸ - t_۴}{۴} = \frac{x}{۴}$

$d(a) = \frac{۴}{۵} d(t)$

$\boxed{۵ \times \frac{۴}{۵} d(t) = ۴d(t)}$

(۲) ۵

$$\left.\begin{array}{l}۴(a+d)^۲ = ۵a^۲ + ۱۰ad + ۳d^۲ + ۳ad \\ ۴a^۲ + ۱۲ad + ۹d^۲\end{array}\right\} = ۶d^۲ = ۲a^۲ + ad$$

$$۶ = \frac{۲a^۲ + ad}{d^۲} = \frac{۲a^۲}{d^۲} + \frac{a}{d}$$

$$\frac{a_۴}{d} = \frac{a+۳d}{d} = \frac{a}{d} + ۳ \qquad \frac{a}{d} + ۳ = t \Rightarrow ۲t^۲ + t = ۶$$

$$۲t^۲ + t - ۶ = ۰ \qquad \frac{-۱ \pm \sqrt{۱+۴۸}}{۴} = \begin{cases} \frac{۶}{۴} \\ -۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a_۴}{d} = \begin{cases} \boxed{\frac{۹}{۲}} \\ \boxed{۱} \end{cases}$$

(۲) ۶

$$b-d, b, b+d \qquad b, \frac{b-d}{۲}, \frac{b+d}{۲} \qquad \frac{b^۲ + bd}{۴} = \frac{b^۲ - ۲db + d^۲}{۴} \Rightarrow d^۲ - ۳bd = ۰$$

$$d(d-۳b) = ۰ \Rightarrow d - ۳b = ۰ \Rightarrow d = ۳b \qquad b, \frac{b-۳b}{۲}, \frac{b+۳b}{۲} \Rightarrow b, -b, b$$

$\times -۱ \quad \times -۱$

$$\Rightarrow q = -۱ \qquad \boxed{۲q = -۲}$$

(۲) ۷

$$\left.\begin{array}{l} a, aq, aq^۲ \qquad ۳aq, ۲a, aq^۲ \\ ۳aq + aq^۲ = ۴a \Rightarrow ۳q + q^۲ = ۴ \end{array}\right\} \Rightarrow q^۲ + ۳q - ۴ = ۰$$

$$\frac{aq^۸}{aq^۵} = q^۳ = -۴^۳ = \boxed{-۶۴}$$

$$\frac{-۳ \pm \sqrt{۹+۱۶}}{۲} \begin{cases} ۱ \ \times \\ -۴ \ \checkmark \end{cases}$$

(۲) ۸

$$\frac{aq^۵}{a^۳q^۲} + \frac{aq}{a^۲} = ۲ \Rightarrow \frac{q^۲}{a^۲} + \frac{q}{a} = ۲ \qquad \frac{q^۲}{aq} = \frac{a}{q} \qquad \frac{q^۲}{a^۲} + \frac{q}{a} - ۲ = ۰ \Rightarrow \left(\frac{q}{a}\right)^۲ + \frac{q}{a} - ۲ = ۰$$

$$\frac{q}{a} = \frac{-۱ \pm \sqrt{۱+۸}}{۲} \left.\begin{cases} ۱ \\ -۲ \end{cases}\right\} \Rightarrow \frac{a}{q} = \begin{cases} \boxed{۱} \\ \boxed{-\frac{۱}{۲}} \end{cases}$$

(۲) ۹

$$a, aq, aq^۲, aq^۳, ۲۷$$

$$۲۷ = ۳^۳ \Rightarrow q^۴ = ۸۱ \Rightarrow a = \frac{۱}{۳} \qquad \Rightarrow \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} = \boxed{\frac{۱}{۶}}$$

(۲) ۱۰

Scanned with CamScanner