به نام خدا

ایلیا رضائی دهم تجربی B

تکلیف ۱۷

Date : Subject :

(۱)

$\{۱\}$ و $\{۲، ۳، ۴\}$ و ....

$t_n = n^۲$ → عدد آخر دسته → عدد آخر دسته ۸ → $۸^۲ = ۶۴$

$۶۴ + ۱ = ۶۵$ → عدد اول دسته ۹ — واسطه عددی $= \frac{a+c}{۲} = \frac{۸۱+۶۵}{۲} = ۷۳$ (۱۴۶)

$t_۹ = n^۲ = ۹^۲ = ۸۱$ → آخر دسته ۹

(۲)

$\{۱، ۲، ۳\}$ و $\{۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲\}$ و $\{۱۳، ....، ۳۹\}$

$\{۴۰، ....، ۱۲۰\}$ و $\{۱۲۱، ....، ۳۶۳\}$ $\quad S_n = \frac{n}{۲}(a_۱ + a_n)$

میانگین: $\frac{۱۲۱ + ۱۲۲ + \dots + ۳۶۲ + ۳۶۳}{n} \xrightarrow{n=۲۴۳} \frac{\frac{۲۴۳}{۲} \times (۱۲۱ + ۳۶۳)}{۲۴۳} = ۲۴۲$

(۳)

$a_n = \begin{cases} ۲^k & : n = ۳k \to n: ۰، ۳، ۶، ۹، ۱۲، \dots \\ -۲k + ۴ & : n = ۳k+۱ \to n: ۱، ۴، ۷، ۱۰، ۱۳، \dots \\ [\frac{n}{k+۲}] + a & : n = ۳k+۲ \to n: ۲، ۵، ۸، ۱۱، ۱۴، \dots \end{cases}$

$S_{۱۰} = a_۰ + a_۱ + \dots + a_۹ = ۱ + ۴ + (۱+a) + ۲ + (۱+a) + ۴ + ۰ + (۲+a) + ۸ = ۱۹$

$\to a = -۲$

اعداد عبارت سوم از رابطه ۳ بدست می‌آید : $a_n = [\frac{n}{k+۲}] - ۲ \xrightarrow{n=۳k+۲} [\frac{۳k+۲}{k+۲}] - ۲ = [۲ + \frac{k-۲}{k+۲}] - ۲ = [\frac{k-۲}{k+۲}]$

به ازای $۰ \le k < ۲$ برابر ۱- و به ازای بقیه برابر صفر → (۲-)

(۴)

$t_۵ = ۱۴ \qquad t_۷ = ۱۷/۲$

$t_n: an^۲ + bn + c \to a = \frac{۱}{۷۰} \times -۱۴ = -\frac{۱}{۵}$

$t_۵ = -\frac{۱}{۵}(۲۵) + ۵b + c = ۱۴ \to -۵ + ۵b + c = ۱۴ \to ۵b + c = ۱۹$

$t_۷ = -\frac{۱}{۵}(۴۹) + ۷b + c = ۱۷/۲ \to -\frac{۴۹}{۵} + ۷b + c = \frac{۸۶}{۵} \to ۷b + c = ۲۷$

Date : Subject :

$7b+c-(5b+c)=27-19 \Rightarrow B=4$

$5b+c=19 \rightarrow 20+c=19 \rightarrow c=-1$

$t_n=\frac{-1}{5}n^2+4n-1 \begin{cases} \rightarrow t_1=\frac{-1}{5}+4-1=\frac{14}{5} \\ \rightarrow t_{15}=\frac{-1}{5}\times 225+4\times 15-1=14 \end{cases}$

$\frac{t_{15}}{t_1}=\frac{14}{\frac{14}{5}}=5$

حسابی : $a_n=a_1+(n-1)d$ هندسی : $l_n=pn+q$ (3)

$a_4=a_1+3d=l_2=2p+q \quad \left.\begin{matrix} (a+7d)+(a+3d)=7p+9-(2p+9) \\ a_n=a_1+7d=l_7=7p+9 \end{matrix}\right\} \rightarrow 4d=5p \rightarrow p=\frac{4}{5}d$

$l_{10}=10p+9=0 \rightarrow 9=-10p$

$l_{15}=15p+9=15p-10p=5p$

$\frac{l_{15}}{d}=\frac{5p}{d}=5\times\frac{p}{d}=5\times\frac{4}{5}=4$

$9a_2^2=5a_4a+3a_2a \qquad a_n=a_1+(n-1)d$ (4)

$\rightarrow 9(a+d)^2=5a(a+3d)+3a(a+d)$

$\rightarrow 9a^2+18ad+9d^2=5a^2+15ad+3a^2+3ad \rightarrow 9a^2+18ad+9d^2=8a^2+18da$

$\rightarrow 2a^2+ad-9d^2=0 \xrightarrow{a=xd} 2x^2d^2+xd^2-9d^2=0$

$\xrightarrow[d\neq 0]{\div d^2} 2x^2+x-9=0 \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ x=-2 \end{cases} \quad \frac{a_2}{d}=\frac{a+3d}{d}=\frac{a}{d}+3=x+3=\frac{9}{2}$

(1)

PARAMOUNT

$d=0 \rightarrow \frac{a_4}{d}$ تعریف نشده

Date : Subject :

۷) $a=a$ ، $b=a+d$ ، $c=a+۲d$

$b, \frac{a}{۲}, \frac{c}{۴}$ $\quad q=\frac{\frac{a}{۲}}{b}=\frac{a}{۲b}$

$\quad q=\frac{\frac{c}{۴}}{\frac{a}{۲}}=\frac{c}{۲a}$

$\frac{c}{۲a}=\frac{a}{۲b} \to a^۲=bc \xrightarrow{+} a^۲=(a+d)(a+۲d)$

$=a^۲+۳ad+۲d^۲$

$\to ۳ad+۲d^۲=۰$

$\xrightarrow[\text{متمایز}]{d\neq ۰} ۳a+۲d=۰ \to d=-\frac{۳}{۲}a$

$q=\frac{a}{۲b}=\frac{a}{۲(a+d)}=\frac{a}{۲(a-\frac{۳}{۲}a)}=\frac{a}{۲(-\frac{a}{۲})}=-۱$ $\quad ۲q=-۱\times ۲=-۲$

۸) $a=a$ ، $b=aq$ ، $c=aq^۲$ ← هندسی

$۲b, ۲a, c$ ← حسابی $\to ۲a=\frac{c+۲b}{۲} \to ۴a=c+۲b$

$\to ۴a=۲aq+aq^۲ \to ۴=۲q+q^۲ \to q^۲+۲q-۴=۰$

$\to (q-۱)(q+۴)=۰ \xrightarrow{\text{متمایز}} q=۱ \times$

$\quad \to q=-۴ \checkmark$

$\frac{a_۹}{a_۶}=\frac{aq^۸}{aq^۵}=q^۳=(-۴)^۳=-۶۴$

۹) $\frac{a_۹}{(a_۲)^۳}+\frac{a_۲}{(a)^۲}=۲ \to \frac{aq^۸}{a^۳q^۳}+\frac{aq}{a^۲}=۲ \to \frac{q^۶}{a^۲}+\frac{aq}{a^۲}=۲$

$\frac{q}{a}=t \to t^۲+t=۲ \to t^۲+t-۲=۰ \to (t+۲)(t-۱)=۰$

$t=۱ \to \frac{q}{a}=۱ \to q=a$

$t=-۲ \to \frac{q}{a}=-۲ \to q=-۲a$

$\frac{a^۲}{aq}=\frac{a}{q}\left[\begin{matrix}-\frac{۱}{۲}\\ \end{matrix}\right.$

PARAMOUNT

Date : Subject :

۱۰

$a_2 q^2 = \sqrt{a_1 q^3} \rightarrow a_1^2 q^4 = a_1 q^3 \rightarrow a_1 q = 1 \rightarrow q = \frac{1}{a_1}$

$a_5 = a_1 q^4 = 27 \rightarrow a_1 \times \frac{1}{a_1^4} = a_1^{-3} = 27 \rightarrow a_1 = \frac{1}{3}$, $q = 3$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$