۱۸٫۵

B ریاضی دهم ایران

$a_1(q^2+q+1)=21$ —۱

$a_1^3q^3=4^3 \Rightarrow$ [crossed out] $\Rightarrow a_1=1 , q=4$

★ اگر q بخواهد غیر حسابی باشد دنباله برعکس شده و q معکوس می شود پس داریم $a_1=16, a_2=4, a_3=1$ ، $\boxed{q=\frac{1}{4}}$

۲

$4x^2=(x^2+4)(x^2-2) \Rightarrow 4y=y^2+2y-8 \Rightarrow y^2-2y-8=0 \Rightarrow \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{2\pm\sqrt{36}}{2}=-2 , 4$ —۲

۲

★ اگر $x^2=y$ محاسبات راحت‌تر می شود ← $x^2=y$

$a_n=8, 4, 2 \Rightarrow q=\frac{1}{2}$

★ ۳- به خاطر توان ۲ بودن ۲- قابل قبول نیست ← $x^2=4 \Rightarrow x=2$

$S_7=\frac{1-(\frac{1}{2})^7}{\frac{1}{2}}\times 8=\frac{127}{128}\times 16=\frac{127}{8}$

$S_5=\underbrace{a_1(1+q+q^2+q^3+q^4)}_{a_1+a_1q+a_1q^2+a_1q^3+a_1q^4} \Rightarrow S_5=\cancel{243}^{3}\times\frac{121}{\cancel{81}}=\boxed{363}$ —۳

۲

$d=\frac{64-1}{5+1}=\frac{63}{6}=10.5 \Rightarrow A=a_4=1+(3\times 10.5)=32.5$ —۴

۱٫۲۵

$q^6=\frac{64}{1} \Rightarrow q=\pm 2$ $\quad B=t_4=1\times 2^{4-1}=\pm 8$

$A+B=32.5+8=40.5$

$A+B=32.5-8=24.5$

$t_n=-24, -\frac{95}{4}, \dots \quad d=-\frac{95}{4}+(-24)=\frac{1}{4} \Rightarrow t_{101}=$ [crossed out] $-24+\underbrace{(101-1)\times\frac{1}{4}}_{25}=1$ —۵

$a_n=128, a_2, \dots$ ★ $a_8=1 , a_1=128 \Rightarrow$ [crossed out] $q^7=\frac{1}{128} \Rightarrow \boxed{q=\frac{1}{2}}$

۲

$a_1+2d , a_1+6d , a_1+8d \Rightarrow (a_1+6d)^2=(a_1+2d)(a_1+8d) \Rightarrow a_1^2+36d^2+12a_1d=a_1^2+16d^2+10a_1d$ —۶

$\Rightarrow 20d^2+20a_1d=0 \Rightarrow d=0$ یا $d=\frac{-a_1}{10}$

۲

$\underbrace{a_1+d}_{2a_1} , \underbrace{a_1+3d}_{4a_1} , \underbrace{a_1+7d}_{8a_1} \Rightarrow q=2 \Rightarrow a_{10}=a_1q^9=\frac{1}{4}\times 2^9=128$ —۷

۲

$(a_1+3d)^2=(a_1+d)(a_1+7d) \Rightarrow a_1^2+9d^2+6a_1d=a_1^2+7d^2+8a_1d \Rightarrow d=a_1$ یا $d=0$ قابل قبول نیست

$3a_1q , 2a_1q^2 , a_1q^3$

$2a_1q^2-3a_1q=a_1q^3-2a_1q^2 \Rightarrow a_1q(2q-3)=a_1q(q^2-2q) \Rightarrow q^2-4q+3=0$ —۸

$q^2-4q+3=(q-1)(q-3)=0 \Rightarrow q=1$ یا 3

~~[crossed out]~~ دنباله غیر ثابت است

۱٫۷۵

-۹

$۲ , \frac{۷}{۴} , \dots \Rightarrow d = \frac{-۱}{۴} \Rightarrow a_۴ = ۲ + ۳ \times (\frac{-۱}{۴}) = \frac{۵}{۴} \; ; \; a_۸ = ۲ + ۷ \times (\frac{-۱}{۴}) = \frac{۱}{۴} \; ; \; a_{۱۳} = ۲ + ۱۲ \times (\frac{-۱}{۴}) = -۱$

$\Rightarrow a_۴ + k , a_۸ + k , a_{۱۳} + k \longrightarrow \frac{۵}{۴} + k , \frac{۱}{۴} + k , -۱ + k \Rightarrow (\frac{۱}{۴} + k)^۲ = (\frac{۵}{۴} + k)(-۱ + k)$

$\Rightarrow \frac{۱}{۱۶} + k^۲ + \frac{k}{۲} = k^۲ - \frac{۵}{۴} + \frac{k}{۴} \Rightarrow \frac{k}{۴} = \frac{-۲۱}{۱۶} \Rightarrow k = \frac{-۲۱}{۴} \xrightarrow{\text{داریم}} -۴ , -۵ , \frac{-۲۵}{۴} \Rightarrow q = \frac{۵}{۴}$

۲ ✓

۱۰

$a_۱ , a_۴ , a_۷ \quad , a_۱ + a_۴ + a_۷ = ۷۳$

$a_۱ = t_۱ \quad , a_۴ = t_۲ \quad , a_۷ = t_{۱۰}$

$a_۴ - a_۱ = \frac{a_۷ - a_۴}{۸} \Rightarrow a_۱(q^۳ - ۱) = \frac{a_۱ q^۳ (q^۳ - ۱)}{۸} \Rightarrow ۱ = \frac{q^۳}{۸} \Rightarrow \underline{q = ۲}$

if $q = ۱ \rightarrow d = ۰ \rightarrow a_۱ = \frac{۷۳}{۳} \longrightarrow$ قق است

$a_۱ + a_۱ q^۳ + a_۱ q^۶ = a_۱(۱ + q^۳ + q^۶) \Rightarrow a_۱(۱ + ۸ + ۶۴) = ۷۳ a_۱ = ۷۳ \Rightarrow \boxed{a_۱ = ۱}$

$a_۱ = t_۱ = ۱ \quad t_۲ = a_۴ = ۲^۳ \times ۱ = ۸ \Rightarrow t_۲ - t_۱ = \boxed{۸ - ۱ = ۷}$

۱/۵