نام و نام خانوادگی ....کیارش سیکرانی.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۵.. کلاس ....دهم ریاضی B....

۱

$$\left.\begin{aligned}&\frac{a}{q}+a+aq=21 \Rightarrow a\left(\frac{q^2+q+1}{q}\right)=21\\ &\frac{a}{\cancel{q}}\times a\times a\cancel{q}=64 \Rightarrow a^3=64 \Rightarrow a=4\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{q^2+q+1}{q}=\frac{21}{4} \Rightarrow$$

$$4q^2+4q+4=21q \Rightarrow \underbrace{4q^2-17q+4}_{\times 4\ (\text{روش})}=0 \Rightarrow$$

$$q^2-17q+16=0 \Rightarrow (q-1)(q-16)=0 \Rightarrow \begin{cases} q=\frac{16}{4}=4 \ \times \longrightarrow \text{زیرا } (q\notin W)\\ q=\frac{1}{4}\ \checkmark\end{cases} \Rightarrow \boxed{q=\frac{1}{4}}$$

۲

$$b^2=ac \Rightarrow (2x)^2=(x^2+4)(x^2-2) \Rightarrow 4x^2=x^4+2x^2-8 \Rightarrow$$

$$x^4-2x^2-8=0 \Rightarrow (x^2-4)(x^2+2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x^2=-2\ \times\\ x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2\end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned}&\text{اگر } x=2:\ 8\underset{\times\frac{1}{2}}{,}4\underset{\times\frac{1}{2}}{,}2\ \checkmark\\ &\text{اگر } x=-2:\ 8\underset{\times -\frac{1}{2}}{,}-4\underset{\times -\frac{1}{2}}{,}2\ \times\end{aligned}\right\} \Rightarrow x=2,\ q=\frac{1}{2},\ a_1=8$$

$$S_n=a_1\times\frac{1-q^n}{1-q}=8\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^7}{1-\frac{1}{2}}=\frac{127}{8}$$

۳

$$q^0+q^1+q^2+q^3+q^4=\frac{121}{81} \Rightarrow \overset{1}{\cancel{q^0}}\times\frac{(q^5-1)}{q-1}=\frac{121}{81} \Rightarrow$$

$$\frac{q^5-1}{q-1}=\frac{121}{81}$$

$$S_5=a_1\times\frac{(q^5-1)}{q-1}=\overset{3}{\cancel{243}}\times\frac{121}{\cancel{81}}=363$$

۴

$$\text{در دنباله حسابی} \Rightarrow \left.\begin{aligned}a_1&=1\\ a_7&=64\end{aligned}\right\} \rightarrow 2a_4=a_1+a_7=65 \Rightarrow a_4=\frac{65}{2} \Rightarrow A=\frac{65}{2}=32.5$$

$$\text{در دنباله هندسی} \Rightarrow \left.\begin{aligned}a_1&=1\\ a_7&=64\end{aligned}\right\} \rightarrow a_4^2=a_1\times a_7=64 \Rightarrow a_4=\pm 8 \Rightarrow B=\pm 8$$

$$A+B=32.5+8=\boxed{40.5}$$

$$\text{یا}\quad A+B=32.5-8=\boxed{24.5}$$

۵

$$-24\underset{+\frac{1}{4}}{,}-\frac{95}{4},\ \ldots\ldots,\ a_{101}=-24+\left(\cancel{100}\times\frac{1}{\cancel{4}}\right)^{25}=1$$

$$128,\ a_2,\ \ldots\ldots,\ a_8=2^7\times q^7=1 \Rightarrow (2q)^7=1 \Rightarrow \boxed{q=\frac{1}{2}}$$

۶	$a_3 = a_1 + 2d$ $a_7 = a_1 + 6d$ $a_9 = a_1 + 8d$ $\frac{a_1+6d}{a_1+2d} = \frac{a_1+8d}{a_1+6d} \Rightarrow$ $\cancel{a_1^2} + 36d^2 + 12a_1d = \cancel{a_1^2} + 10a_1d + 16d^2 \Rightarrow$ $2a_1d = -20d^2$ اگر $d = 0$ ← دنباله ثابت می‌شود اگر $d \neq 0 \rightarrow 2a_1 = -20d \Rightarrow \boxed{d = -\frac{a_1}{10}}$ d می‌تواند برابر یا نابرابر با صفر باشد که اگر $d \neq 0$ باشد مقدار آن برابر $-\frac{a_1}{10}$ می‌باشد
۷	$a_2 = a_1 + d$ $a_4 = a_1 + 3d$ $a_8 = a_1 + 7d$ $b^2 = ac \Rightarrow (a_1+3d)^2 = (a_1+d)(a_1+7d) \Rightarrow$ $\cancel{a_1^2} + 9d^2 + 6a_1d = \cancel{a_1^2} + 8a_1d + 7d^2 \rightarrow$ $\cancel{2}d^2 = \cancel{2}a_1\cancel{d} \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = d \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)a_1 \Rightarrow$ زیرا اگر $d = 0$ باشد، سه جملهٔ دنباله برابر می‌شود و شرط متمایز بودن در صورت سؤال نقض می‌شود $\left.\begin{array}{l} \frac{a_8}{a_4} = \frac{8\cancel{a_1}}{4\cancel{a_1}} = 2 \\ \frac{a_4}{a_2} = \frac{4\cancel{a_1}}{2\cancel{a_1}} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow q = 2 \Rightarrow$ $a_n = a_1 q^{n-1} = \frac{1}{4} \times 2^9 = 2^7 = 128$
۸	$2b = a + c \Rightarrow 2 \times 2a_3 = 3a_2 + a_4 \Rightarrow 4a_2q = a_2(3+q^2) \Rightarrow$ $a_2(4q) = a_2(3+q^2) \xrightarrow{a_2 \neq 0} 4q = 3+q^2 \Rightarrow q^2 - 4q + 3 = 0 \Rightarrow$ $(q-1)(q-3) = 0 \Rightarrow$ $q = 1$ ✗ دنباله ثابت می‌شود $q = 3$ ✓ $\Rightarrow \boxed{q = 3}$ چون قدر نسبت دنبالهٔ حسابی و جملهٔ اولش نمی‌تواند صفر باشد و اگر $a_2 = 0$ باشد دنبالهٔ هندسی غیرثابت تشکیل نمی‌شود.
۹	$a_1 = 2$ $d = -\frac{1}{4}$ $a_4 = 2 + 3(-\frac{1}{4}) = \frac{5}{4}$ $a_8 = 2 + 7(-\frac{1}{4}) = \frac{1}{4}$ $a_{13} = 2 + 12(-\frac{1}{4}) = -1$ $b^2 = ac \Rightarrow (\frac{1}{4}+x)^2 = (\frac{5}{4}+x)(-1+x)$ $\frac{1}{16} + \cancel{x^2} + \frac{1}{2}x = \cancel{x^2} + \frac{1}{4}x - \frac{5}{4} \Rightarrow$ $\frac{1}{4}x = -\frac{21}{16} \Rightarrow x = -\frac{21}{4}$ $q = \frac{-1+(-\frac{21}{4})}{\frac{1}{4}+(-\frac{21}{4})} = \frac{-\frac{25}{\cancel{4}}}{-\frac{20}{\cancel{4}}} = \boxed{\frac{5}{4}}$
۱۰	$a_2^2 = a_1 \times a_7 \Rightarrow (a_1+d)^2 = a_1 \times (a_1+9d) \Rightarrow$ $\cancel{a_1^2} + d^2 + 2a_1d = \cancel{a_1^2} + 9a_1d \Rightarrow d^2 = 7a_1d \xrightarrow{d \neq 0} d = 7a_1$ $a_1 + a_1 + d + a_1 + 9d = 73 \Rightarrow a_1 + a_1 + 7a_1 + a_1 + 63a_1 = 73 \Rightarrow$ $73a_1 = 73 \Rightarrow a_1 = 1 \Rightarrow \boxed{d = 7}$