

Fit

$$a_1 + ar + ar^2 = 21$$

$$a_1 + a_1q + a_1q^2 = 21$$

$$a_1 \times ar \times ar^2 = 4r \Rightarrow a_1^3 \times q^3 = 4r \Rightarrow a_1q = ar = r \rightarrow a_1 = \frac{r}{q} \Rightarrow$$

$$a_1 + a_1q + a_1q^2 = 21 \Rightarrow \frac{r}{q} + r + rq = 21 \Rightarrow r + rq + rq^2 = 21q \Rightarrow rq^2 - 17rq + r = 0 \Rightarrow$$

$$q^2 - 17q + 1 = 0 \Rightarrow (q-17)(q-1) = 0 \Rightarrow q = \frac{1}{r} \text{ یا } \frac{1}{r} = 17 \Rightarrow q = \frac{1}{r} \rightarrow$$

$$\frac{ar}{ar} = \frac{ar}{a_1} \Rightarrow a_1 \times ar = (ar)^2 \Rightarrow r \times r = (r^2 + r)(r^2 - 2) \Rightarrow r \times r = r^4 + 2r^3 - 2r^2 - 4r \Rightarrow$$

$$r^4 - 2r^3 - 4r = 0 \Rightarrow (r^4 - 2r^3) - 4r = 0 \Rightarrow r^3(r - 2) - 4r = 0 \Rightarrow r^3(r - 2) = 4r \Rightarrow$$

$$r = \pm 2 \rightarrow \text{if } r = 2 \Rightarrow \text{لا: } 1, 2, 4, 8, \dots \rightarrow q = \frac{1}{r} \rightarrow q > 0 \Rightarrow \text{ق}$$

$$\text{if } r = -2 \Rightarrow \text{لا: } 1, -2, 4, -8, \dots \rightarrow q = -\frac{1}{r} \rightarrow q < 0 \Rightarrow \text{غ}$$

$$S_V = a_1 \left(\frac{1 - q^V}{1 - q} \right) = 1 \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{r} \right)^V}{1 - \frac{1}{r}} \right) = 1 \times \left(\frac{1 - \frac{1}{r^V}}{\frac{r-1}{r}} \right) = 1 \times r \times \frac{1 - \frac{1}{r^V}}{r-1} = \frac{1 - \frac{1}{r^V}}{\frac{r-1}{r}} = \frac{r(1 - \frac{1}{r^V})}{r-1}$$

$$S_\omega = a_1 + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 = a_1 + a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + a_1q^4 \Rightarrow S_\omega =$$

$$a_1(1 + q + q^2 + q^3 + q^4) \Rightarrow a_1 = 2r^3 \text{ و } 1 + q + q^2 + q^3 + q^4 = \frac{121}{11} \Rightarrow$$

$$S_\omega = 2r^3 \times \frac{121}{11} = 2 \times 121 = 242 \quad \text{Fit}$$

$$S_\omega = a \left(\frac{1 - q^5}{1 - q} \right) \Rightarrow 1 - q^5 \div 1 - q = (q^4 + q^3 + q^2 + q + 1) \Rightarrow \frac{1 - q^5}{1 - q} = \frac{121}{11} \Rightarrow$$

$$S_\omega = 2r^3 \times \frac{121}{11} = 242$$

$$1, -2, 4, -8, 16, -32, 64, -128, 256, -512, 1024, -2048, 4096, -8192, 16384, -32768, 65536, -131072, 262144, -524288, 1048576, -2097152, 4194304, -8388608, 16777216, -33554432, 67108864, -134217728, 268435456, -536870912, 1073741824, -2147483648, 4294967296, -8589934592, 17179869184, -34359738368, 68719476736, -137438953472, 274877906944, -549755813888, 1099511627776, -2199023255552, 4398046511104, -8796093022208, 17592186044416, -35184372088832, 70368744177664, -140737488355328, 281474976710656, -562949953421312, 1125899906842624, -2251799813685248, 4503599627370496, -9007199254740992, 18014398509481984, -36028797018963968, 72057594037927936, -144115188075855872, 288230376151711744, -576460752303423488, 1152921504606846976, -2305843009213693952, 4611686018427387904, -9223372036854775808, 18446744073709551616, -36893488147419103232, 73786976294838206464, -147573952589676412928, 295147905179352825856, -590295810358705651712, 1180591620717411303424, -2361183241434822606848, 4722366482869645213696, -9444732965739290427392, 18889465931478580854784, -37778931862957161709568, 75557863725914323419136, -151115727451828646838272, 302231454903657293676544, -604462909807314587353088, 1208925819614629174706176, -2417851639229258349412352, 4835703278458516698824704, -9671406556917033397649408, 19342813113834066795298816, -38685626227668133590597632, 77371252455336267181195264, -154742504910672534362390528, 309485009821345068724781056, -618970019642690137449562112, 1237940039285380274899124224, -2475880078570760549798248448, 4951760157141521099596496896, -9903520314283042199192993792, 19807040628566084398385987584, -39614081257132168796771975168, 79228162514264337593543950336, -158456325028528675187087900672, 316912650057057350374175801344, -633825300114114700748351602688, 1267650600228229401496703205376, -2535301200456458802993406410752, 5070602400912917605986812821504, -10141204801825835211973625643008, 20282409603651670423947251286016, -40564819207303340847894502572032, 81129638414606681695789005144064, -162259276829213363391578010288128, 324518553658426726783156020576256, -649037107316853453566312041152512, 1298074214633706907132624082305024, -2596148429267413814265248164610048, 5192296858534827628530496329220096, -10384593717069655257060992658440192, 20769187434139310514121985316880384, -41538374868278621028243970633760768, 83076749736557242056487941267521536, -166153499473114484112975882535043072, 332306998946228968225951765070086144, -664613997892457936451903530140172288, 1329227995784915872903807060280344576, -2658455991569831745807614120560689152, 5316911983139663491615228241121378304, -10633823966279326983230456482242756608, 21267647932558653966460912964485513216, -42535295865117307932921825928971026432, 85070591730234615865843651857942052864, -170141183460469231731687303715884105728, 340282366920938463463374607431768211456, -680564733841876926926749214863536422912, 1361129467683753853853498429727072845824, -2722258935367507707706996859454145691648, 5444517870735015415413993718908291383296, -10889035741470030830827987437816582766592, 21778071482940061661655974875633165533184, -43556142965880123323311949751266331066368, 87112285931760246646623899502532662132736, -174224571863520493293247799005065324265472, 348449143727040986586495598010130648530944, -696898287454081973172991196020261297061888, 1393796574908163946345982392040522594123776, -2787593149816327892691964784081045188247552, 5575186299632655785383929568162090376495104, -11150372599265311570767859136324180752990208, 22300745198530623141535718272648361505980416, -44601490397061246283071436545296723011960832, 89202980794122492566142873090593446023921664, -178405961588244985132285746181186892047843328, 356811923176489970264571492362373784095686656, -713623846352979940529142984724747568191373312, 1427247692705959881058285969449495136382746624, -2854495385411919762116571938898990272765493248, 5708990770823839524233143877797980545530986496, -11417981541647679048466287755595961091061972992, 22835963083295358096932575511191922182123945984, -45671926166590716193865151022383844364247891968, 91343852333181432387730302044767688728495783936, -182687704666362864775460604089535377456991567872, 365375409332725729550921208179070754913983135744, -730750818665451459101842416358141509827966271488, 1461501637330902918203684832716283019655932542976, -2923003274661805836407369665432566039311865085952, 5846006549323611672814739330865132078623730171904, -11692013098647223345629478661730264157247460343808, 23384026197294446691258957323460528314494920687616, -46768052394588893382517914646921056628989841375232, 93536104789177786765035829293842113257979682750464, -187072209578355573530071658587684226515959365500928, 374144419156711147060143317175368453031918731001856, -748288838313422294120286634350736906063837462003712, 1496577676626844588240573268701473812127674924007424, -2993155353253689176481146537402947624255349848014848, 5986310706507378352962293074805895248510699696029696, -11972621413014756705924586149611790497021399392059392, 23945242826029513411849172299223580994042798784118784, -47890485652059026823698344598447161988085597568237568, 95780971304118053647396689196894323976171195136475136, -191561942608236107294793378393788647952342390272950272, 383123885216472214589586756787577295904684780545900544, -766247770432944429179173513575154591809369561091801088, 1532495540865888858358347027150309183618739122183602176, -3064991081731777716716694054300618367237478244367204352, 6129982163463555433433388108601236734474956488734408704, -12259964326927110866866776217202473468949912977468817408, 24519928653854221733733552434404946937899825954937634816, -49039857307708443467467104868809893875799651909875269632, 98079714615416886934934209737619787751599303819750539264, -196159429230833773869868419475239575503198607639501078528, 392318858461667547739736838950479151006397215279002157056, -784637716923335095479473677900958302012794430558004314112, 1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224, -3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448, 6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896, -12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792, 25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584, -50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168, 100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336, -200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672, 401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344, -803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688, 1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376, -3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752, 6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504, -12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008, 25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016, -51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032, 102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064, -205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128, 411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256, -822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512, 1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024, -3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048, 6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096, -13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192, 26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384, -52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768, 105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536, -210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072, 421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144, -842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288, 1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576, -3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152, 6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304, -13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608, 26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216, -53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432, 107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864, -215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728, 431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456, -862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912, 1725436586697640946858688965569256363112777243042596638790631055949824, -3450873173395281893717377931138512726225554486085193277581262111899648, 6901746346790563787434755862277025452451108972170386555162524223799296, -13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598592, 27606985387162255149739023449108101809804435888681546220650096895197184, -55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394368, 110427941548649020598956093796432407239217743554726184882600387580788736, -220855883097298041197912187592864814478435487109452369765200775161577472, 441711766194596082395824375185729628956870974218904739530401550323154944, -883423532389192164791648750371459257913741948437809479060803100646309888, 1766847064778384329583297500742918515827483896875618958121606201292619776, -3533694129556768659166595001485837031654967793751237916243212402585239552, 7067388259113537318333190002971674063309935587502475832486424805170479104, -14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958208, 28269553036454149273332760011886696253239742350009903329945699220681916416, -56539106072908298546665520023773392506479484700019806659891398441363832832, 113078212145816597093331040047546785012958969400039613319782796882727665664, -226156424291633194186662080095093570025917938800079226639565593765455331328, 452312848583266388373324160190187140051835877600158453279131187530910662656, -904625697166532776746648320380374280103671755200316906558262375061821325312, 1809251394333065553493296640760748560207343510400633813116524750123642650624, -3618502788666131106986593281521497120414687020801267626233049500247285301248, 7237005577332262213973186563042994240829374041602535252466099000494570602496, -14474011154664524427946373126085988481658748083205070504932198000989141204992, 28948022309329048855892746252171976963317496166410141009864396001978282409984, -57896044618658097711785492504343953926634992332820282019728792003956564819968, 115792089237316195423570985008687907853269984665640564039457584007913129639936, -231584178474632390847141970017375815706539969331281128078915168015826259279872, 4631683569492647816942839400$$

$$a_r, a_{r+1}, a_{r+2} = a + rd, a + (r+1)d, a + (r+2)d \Rightarrow (a+rd)^r = (a+rd)(a+(r+1)d) \Rightarrow$$

$$a^r + 1rad + r^2d^2 = a^r + (r+1)ad + (r+1)rd \Rightarrow rad + r^2d^2 = 0 \Rightarrow rd(a+rd) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{d=0} \vee d = \frac{-a}{10} = \boxed{-\frac{1}{10}a}$$

(2) ✓

$$\frac{a+rd}{a+d} = \frac{a+rd}{a+rd} \Rightarrow (a+rd)^r = (a+d)(a+rd) \Rightarrow$$

$$a^r + rad + r^2d^2 = a^r + 2ad + rd^2 \Rightarrow -rad + rd^2 = 0 \Rightarrow a = d$$

$$a_r = b_1 = \frac{1}{r} \Rightarrow a + d = \frac{1}{r} \Rightarrow 10a = \frac{1}{r} \Rightarrow a = \frac{1}{10r} = d \Rightarrow$$

$$q = \frac{a_r}{a_1} = \frac{a+rd}{a+d} = \frac{\frac{1}{r}}{\frac{1}{r}} = 1 \Rightarrow a_{10} = \frac{1}{r} \times q = \frac{1}{r} = \boxed{\frac{1}{10}}$$

(2) ✓

$$r a_r, r a_{r+1}, r a_{r+2} \rightarrow r(r a_r) = r a_r + a_r \Rightarrow r \times r! q^r = r! q + q! q^r \Rightarrow$$

$$r q^r = r q + q^r \Rightarrow q^r - r q^r + r q = 0 \Rightarrow q(q^r - r q + r) = 0 \Rightarrow q(q-1)(q-r) = 0$$

$$\Rightarrow q = 0, 1, r \rightarrow q = r \rightarrow \text{فقط قابل قبول است}$$

(2) ✓

$$\frac{1}{r}, \frac{1}{r+1}, \frac{1}{r+2}, \dots \Rightarrow a_r = r + r \times \left(-\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r} \text{ و } a_1 = r + r \times \left(-\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r}$$

$$a_{10} = r + 10 \times \left(-\frac{1}{r}\right) = \frac{r}{r} = -1$$

$$b_1 = a_{10} + k, b_r = a_1 + k, b_r = a_r + k \Rightarrow (b_r)^r = b_r \times b_1 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{r} + k\right)^r = \left(\frac{1}{r} + k\right)(-1 + k) \Rightarrow \frac{1}{r^r} + \frac{1}{r}k + k^r = \frac{1}{r}k - \frac{1}{r} + k^r - k \Rightarrow$$

$$k\left(\frac{1}{r^r} + \frac{1}{r}k - \frac{1}{r}k - \frac{1}{r}\right) = 0 \Rightarrow 1 + 10k - rk = 0 \Rightarrow k = \frac{-11}{r} \Rightarrow q = \frac{b_r}{b_1} = \frac{\frac{1}{r} + \frac{-11}{r}}{\frac{1}{r} + \frac{-11}{r}} = \frac{-10}{-10} = 1$$

$$\boxed{q = \frac{1}{r}}$$

$$a_1, a_2, a_{10} = q, a q^r, a q^y \Rightarrow$$

$$a_r - a_1 = \frac{a_{10} - a_1}{10} \Rightarrow a q^r - a = \frac{a q^y - a q^r}{10} = \frac{a q^r (a q^y - 1)}{10} \Rightarrow$$

$$q^y - q q^r + 1 = 0 \Rightarrow (q^y - 1)(q^r - 1) = 0 \Rightarrow \boxed{q=1} \vee \boxed{q=r} \rightarrow \text{فقط قابل قبول است}$$

$$a + a(r)^r + a(r)^y = 10r \Rightarrow a(1 + 10 + r^y) = 10r \Rightarrow a = \frac{10r}{10 + r^y} = 1 \Rightarrow \boxed{d = a_r - a_1 = 1 - 1 = 0}$$