~~[illegible]~~ ارتسالیزدی دهم B

۱-

$$a_1+a_2+a_3=21=a+aq+aq^2$$
$$a_1\times a_2\times a_3=64=a^3q^3$$
$$a_2^2=a_1a_3 \Rightarrow a_2^3=64 \Rightarrow a_2=4$$
$$\Rightarrow a_1+a_3=17 \Rightarrow q=4 ، a=1$$

۲-

$$(2x)^2=\underbrace{(x^2-2)(x^2+4)}$$
$$4x^2 = x^4+4x^2-2x^2-8 = x^4+2x^2-8$$
$$4x^2=x^4+2x^2-8 \Rightarrow x=2$$
$$\left.\begin{array}{l} a_3=x^2-2=2 \\ a_2=2x=4 \\ a_1=x^2+4=8 \end{array}\right\} q=\frac{1}{2}$$
$$S_7=a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)=8\left(\frac{\frac{-127}{128}}{-\frac{1}{2}}\right)$$
$$=\cancel{8}\times\frac{254}{\cancel{128}}=\frac{254}{16}=\boxed{15/875}$$

۳-

$$1+q+q^2+q^3+q^4=\frac{121}{81} \Rightarrow q+q^2+q^3+q^4=\frac{40}{81}$$
$$\Rightarrow q=\frac{1}{3}$$
$$S_5=a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)=243\times\left(\frac{(\frac{1}{3})^5-1}{-\frac{2}{3}}\right)=243\left(\frac{\frac{-242}{243}}{-\frac{2}{3}}\right)$$
$$=\boxed{363}$$

۴-

1 ، ○ ، ○ ، Ⓐ ، ○ ، ○ ، 64

$$6d=63 \Rightarrow d=10/5 \Rightarrow A=32/5$$

1 ، ○ ، ○ ، Ⓑ ، ○ ، ○ ، 64

$$\boxed{A+B=40/5}$$

$$B^2=64\times1=64$$
$$B^2=64 \Rightarrow B=8$$

-۵

$-۲۴ , -\frac{۹۵}{۴}$ $\qquad a_n = \frac{۱}{۴} n - ۲۴٫۲۵$

$+\frac{۱}{۴} = d$ $\qquad a_{۱۰۰} = ۲۵ - ۲۴٫۲۵ = ۰٫۷۵$

$t_۱ = ۱۲۸$

$t_{۱۰۰} = \frac{۳}{۴}$ $\qquad \frac{\cancel{a} q^{۹۹}}{\cancel{a}} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱۲۸}{۱}} = \frac{۳}{۵۱۲} = q^{۹۹} \Rightarrow q = \left(\frac{۳}{۵۱۲}\right)^{\frac{۱}{۹۹}}$

-۶

$(a_۷)^۲ = a_۳ \times a_۹ = (a+۶d)^۲ = (a+۲d)(a+۸d)$

$\Rightarrow \cancel{a^۲} + ۱۲da + ۳۶d^۲ = \cancel{a^۲} + ۹da + ۱۶d^۲$

$۳da + ۲۰d^۲ = ۰$

$\boxed{d \neq ۰} \Rightarrow ۳a\cancel{d} = ۲۰d^{\cancel{۲}} \Rightarrow ۳a = ۲۰d \Rightarrow \boxed{a = \frac{۲۰}{۳} d}$ $\boxed{\text{یا } d = ۰}$

$a_۷ = \frac{۲۰}{۳}d + ۶d = \frac{۳۸}{۳} d$

$a_۹ = \frac{۲۰}{۳}d + ۸d = \frac{۴۴d}{۳}$

$a_۳ = \frac{۲۰d}{۳} + ۲d = \frac{۲۶}{۳} d$

$\frac{۲۶}{۳} d , \frac{۳۸}{۳} d , \frac{۴۴}{۳} d$

-۷

$(a_۴)^۲ = a_۲ \times a_۸$

$= (a+۳d)^۲ = (a+d)(a+۷d) \Rightarrow \cancel{a^۲} + ۶da + ۹d^۲ = \cancel{a^۲} + ۸ad + ۷d^۲$

$\Rightarrow ۲\cancel{d}a = ۲d^{\cancel{۲}} \xRightarrow{(d \neq ۰)} ۲a = ۲d \Rightarrow a = d$

$\left\{\begin{array}{l} a_۲ = ۲a = ۲d \\ a_۴ = ۴a = ۴d \\ a_۸ = ۸a = ۸d \end{array}\right\} q = ۲$

$\boxed{a_{۱۰} = \frac{۱}{۴} \times ۲^۹ = \frac{۱}{۴} \times ۵۱۲ = ۱۲۸}$

-۸

$\frac{۳aq + aq^۳}{۲} = ۲aq^۲ \Rightarrow \frac{۳\cancel{aq} + \cancel{aq}q^۲ = ۴\cancel{aq}q}{aq} \Rightarrow ۳ + q^۲ = ۴q$

$\Rightarrow q^۲ - ۴q + ۳ = ۰ \Rightarrow (q-۳)(q-۱) = ۰ \Rightarrow q = ۳$ یا ۱ $\xRightarrow{\text{غیر ثابت}} \boxed{q = ۳}$

CamScanner

-۹

$$۲ \,,\, \frac{۷}{۴} \Rightarrow d = -\frac{۱}{۴} \,,\, a_n = \frac{-۱}{۴} n + ۲/۲۵$$

$$a_۴ = ۱/۲۵ = \frac{۵}{۴} \,,\, a_۸ = \frac{۱}{۴} \,,\, a_{۱۳} = -۱$$

$$\left(\frac{۵}{۴} + x\right) , \left(\frac{۱}{۴} + x\right) , (-۱ + x) \Longrightarrow \left(\frac{۵}{۴} + x\right)(-۱ + x) = \left(\frac{۱}{۴} + x\right)^۲$$

$$\Rightarrow -\frac{۵}{۴} + \cancel{\frac{۱}{۴}x} + \cancel{x^۲} = \frac{۱}{۱۶} + \cancel{\frac{۲}{۴}x} + \cancel{x^۲} \Longrightarrow \frac{۱}{۴}x = -\frac{۲۱}{۱۶} \Rightarrow x = \frac{-۲۱}{۴}$$

$$a_۴ + x = \frac{-۱۶}{۴} \,,\, a_۸ = -\frac{۲۰}{۴} \,,\, a_{۱۳} = \frac{-۲۵}{۴}$$

$$\frac{\frac{-۲۰}{۴}}{\frac{-۱۶}{۴}} = \boxed{\frac{۵}{۴} = q}$$

-۱۰

$$a_۱ + a_۴ + a_۷ = ۷۳ = a + aq^۳ + aq^۶ = ۳t + ۱۰d$$

$$\frac{aq^۳}{a} = \frac{aq^۶}{aq^۳} = q^۳ = \frac{t+d}{t} = \frac{t+۹d}{t+d}$$

$$\Rightarrow \cancel{t^۲} + \cancel{۹dt} = \cancel{t^۲} + \cancel{۲td} + d^۲ \Rightarrow ۷t\cancel{d} = \cancel{d}^۲ \xRightarrow{d \neq ۰} ۷t = d$$

$$t = \frac{۱}{۷} d \Longrightarrow ۳t + ۱۰d = ۷۳ \Rightarrow \frac{۷۳}{۷} d = ۷۳ \Longrightarrow \boxed{d = ۷}$$