نام و نام خانوادگی محمدرضا احسنی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۵ کلاس دهم تجربی B

۱	$\frac{a}{q}+a+aq=۲۱ \xrightarrow{a=۴} \frac{۴}{q}+۴+۴q=۲۱ \to \frac{۴}{q}+۴q=\overset{۱۷}{\cancel{۱۱}} \to \frac{۴+۴q^۲}{q}=۱۷$ $\frac{a}{q}\times a\times aq=\overset{۶۴}{\cancel{۶۴}} \to a^۳=۶۴ \to a=۴$ $\to ۱۷q=۴q^۲+۴$ $\to ۴q^۲-۱۷q+۴=۰$ $\xrightarrow{\text{روش روسی}} q^۲-۱۷q+۱۶=۰$ $\to (q-۱۶)(q-۱)=۰$ $\to \begin{cases} q=\frac{۱}{۴} ✓ \text{ چون گفته نزولی} \\ \text{یا} \\ q=۴ ✗ \text{ چون گفته نزولی} \end{cases}$ $a_۱=۱۶$ $a_۲=۴$ $a_۳=۱$ $۱۶+۴+۱=۲۱$ $\to \boxed{q=\frac{۱}{۴}}$
۲	$(۲x)^۲=(x^۲+۴)(x^۲-۲) \to ۴x^۲=x^۴+۲x^۲-۸ \to ۲x^۲=x^۴-۸ \to x^۴-۲x^۲-۸=۰$ $\to t=x^۲ \to t^۲-۲t-۸=۰ \to \frac{۲\pm\sqrt{۳۶}}{۲}=\frac{۲\pm۶}{۲}$ $\to t=۴ \to x^۲=۴ \to x=۲$ $\to t=-۲$ ✗ رد چون $x^۲$ مثبت است. $\to ۴+۴,\ ۴,\ ۴-۲ \to ۸, ۴, ۲, \dots \to q=\frac{۱}{۲}$ $S_۷=۸\left(\frac{۱-۲^۷}{۱-۲}\right)=\boxed{\frac{۱۲۷}{۸}}$
۳	$S_۵=a_۱+a_۱q+a_۱q^۲+a_۱q^۳+a_۱q^۴=a_۱(۱+q+q^۲+q^۳+q^۴) \to a_۱=۲۴۳$ $\to ۲۴۳(\underbrace{۱+q+q^۲+q^۳+q^۴}_{\frac{۱۲۱}{۸۱}})=۲۴۳\times\frac{۱۲۱}{۸۱}=۳۶۳$ $\to \boxed{S_۵=۳۶۳}$
۴	$d=\frac{۶۴-۱}{۵+۱}=\frac{۶۳}{۶}=۱۰/۵ \to$ جمله وسط جمله چهارم است $\to t_۴=t_۱+۳d=۱+۳۱/۵=۳۲/۵=A$ $t_n=t_۱+(n-۱)d$ $q^۶=\frac{۶۴}{۱} \to q^۶=۲^۶ \to q=۲ \to a_۴=۱\times۲^۳=۸=B$ $a_n=a_۱q^{(n-۱)}$ $A+B=۳۲/۵+۸=\boxed{۴۰/۵}$
۵	$d=-\frac{۹۵}{۴}-(-\frac{۹۶}{۴})=\frac{۱}{۴} \to t_n=t_۱+(n-۱)d \to t_{۱۰۱}=-۲۴+\overset{۲۵}{\cancel{۱۰۰}}\times\frac{۱}{\cancel{۴}}=۱$ $t_{۱۰۱}=a_۸=۱ \to q^۷=\frac{۱}{۱۲۸}=\left(\frac{۱}{۲}\right)^۷ \to \boxed{q=\frac{۱}{۲}}$

$(t_۱+۲d)(t_۱+۸d)=(t_۱+۶d)^۲ \rightarrow t_۱^۲+۱۰t_۱d+۱۶d^۲=t_۱^۲+۳۶d^۲+۱۲t_۱d$

$\rightarrow +۲t_۱d+۲۰d^۲=۰ \rightarrow +\underset{\downarrow}{\underline{۲d}}(t_۱+۱۰d)=۰$; $۲d=۰ \rightarrow d=۰$; $t_۱+۱۰d=۰ \rightarrow d=\frac{-t_۱}{۱۰}$ یا $\rightarrow d=۰$

چون نگفته متمایز پس دنباله می‌تواند ثابت هم باشد

$a_۳=t_۱+۲d$

$t_۷=t_۱+۶d$

$t_۹=t_۱+۸d$

$t_۱ \times t_۹=(t_۷)^۲$

$\boxed{d=\frac{-t_۱}{۱۰} \text{ یا } ۰}$ ۶

$a_۲=a_۱+d$

$a_۴=a_۱+۳d$

$\underbrace{a_۸=a_۱+۷d}$

$a_۲=۲d,\ a_۴=۴d,\ a_۸=۸d$

$(a_۴)^۲=a_۲\times a_۸ \rightarrow a_۱^۲+۶a_۱d+۹d^۲=a_۱^۲+۸a_۱d+۷d^۲$

$۲d^۲=۲a_۱d \rightarrow ۲d=۲a_۱ \rightarrow a_۱=d$

$q=\frac{a_۴}{a_۲}=\frac{۴d}{۲d}=۲ \rightarrow \underset{\text{هندسی}}{t_n}=t_۱q^{n-۱}$ ۷

$t_n=\frac{۱}{۴}\times ۲^{(n-۱)}$

$\underset{\text{دنباله هندسی}}{t_{۱۰}}=\frac{۱}{۴}\times ۲^۹=۲^۹\times\frac{۱}{۲^۲}=۲^۷=\boxed{۱۲۸}$

جمله دهم دنباله هندسی $\rightarrow \boxed{۱۲۸}$

$t_n=۳aq,\ ۲aq^۲,\ aq^۳ \xrightarrow{\text{در دنباله حسابی}} ۲b=a+c \rightarrow ۴aq^۲=۳aq+aq^۳ \rightarrow ۴aq^۲=aq(۳+q^۲)$

$\rightarrow ۴q=۳+q^۲ \rightarrow q^۲+۳-۴q=۰ \rightarrow (q-۱)(q-۳)=۰$

$\rightarrow q=۱$ ✗ چون دنباله ثابت نیست ؛ یا $\rightarrow q=۳$

$\boxed{q=۳}$ ۸

$d=\frac{۷}{۴}-\frac{۸}{۴}=-\frac{۱}{۴}$

$\rightarrow t_n=۲+((n-۱)\frac{-۱}{۴})$

$\left.\begin{array}{l} t_۴=\frac{۵}{۴} \\ t_۸=\frac{۱}{۴} \\ t_{۱۳}=-۱ \end{array}\right\}\ \left.\begin{array}{l} b_۱=\frac{۵}{۴}+k \\ b_۲=\frac{۱}{۴}+k \\ b_۳=-۱+k \end{array}\right\} \rightarrow (b_۲)^۲=b_۱\times b_۳$

$\rightarrow (\frac{۱}{۴}+k)^۲=(k-۱)(k+\frac{۵}{۴}) \rightarrow k^۲+\frac{۱}{۲}k+\frac{۱}{۱۶}=k^۲+\frac{۱}{۴}k-\frac{۵}{۴} \Rightarrow \frac{۱}{۲}k-\frac{۱}{۴}k=-\frac{۵}{۴}-\frac{۱}{۱۶}$ ۹

$\rightarrow \frac{۱}{۴}k=\frac{-۲۱}{۱۶}$

$\rightarrow k=\frac{-۲۱}{۴}$

$r=\frac{b_۲}{b_۱}=\frac{\frac{۱}{۴}-\frac{۲۱}{۴}}{\frac{۵}{۴}-\frac{۲۱}{۴}}=\frac{-۵}{-۴} \rightarrow \boxed{r=\frac{۵}{۴}}$

$b_۱=a_۱ \quad b_۴=a_۱r^۳ \quad b_۷=a_۱r^۶ \rightarrow b_۱+b_۲+b_۳=۷۳ \rightarrow a(۱+r^۳+r^۶)=۷۳ \rightarrow ۷۳$

$A_۱, A_۲, A_{۱۰} \rightarrow A_۱=a,\ A_۲=ar^۳,\ A_{۱۰}=ar^۶ \rightarrow A_n=A_۱+(n-۱)d$

$\Rightarrow A_۲=a+d=ar^۳,\ A_{۱۰}=a+۹d=ar^۶,\ a+d=ar^۳ \Rightarrow d=a(r^۳-۱)$

$a+۹d=ar^۶ \rightarrow a+۹a(r^۳-۱)=ar^۶ \rightarrow a(۱+۹(r^۳-۱))=ar^۶$ ۱۰

$۱+۹r^۳-۹=r^۶ \Rightarrow ۹r^۳-۸=r^۶ \Rightarrow r^۶-۹r^۳+۸=۰ \rightarrow x=\frac{۹\pm۷}{۲}$; $x=۱ \rightarrow r=۱ \rightarrow$ چون دنباله ثابت می‌شود و قابل قبول نیست چون مجموع ۷۳ نمی‌شود ; $x=۲ \rightarrow \boxed{r=۲}$

$d=a(r^۳-۱) \Rightarrow d=a(۷)=۷a \Rightarrow a(۱+۸+۶۴)=۷۳ \rightarrow ۷۳a=۷۳ \rightarrow a=۱$

$d=۷a \rightarrow \boxed{d=۷}$