نام و نام خانوادگی ...مریم علیپرست... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۴... کلاس ....

۱

الف) $\frac{1}{2}, 1, 2, \ldots \quad a_n = \frac{1}{2}\times 2^{n-1} \quad a_{10} = \frac{1}{2}\times 2^9 = \boxed{256}$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{\frac{1}{2}\times a^{16}}{\frac{1}{2}\times a^{12}} = a^4 = 2^4 = \boxed{16}$

ج) $b^2 = (\frac{1}{2}\times 2^5)(\frac{1}{2}\times 2^9) \Rightarrow 2^{-2}\times 2^{12} = b^2 \Rightarrow b^2 = 2^{10} \Rightarrow b = 2^5 \Rightarrow b = \frac{1}{2}\times 2^{n-1} \Rightarrow \boxed{n=7}$

د) $128 = \frac{1}{2}\times 2^{n-1} \Rightarrow 256 = 2^{n-1} \Rightarrow 2^8 = 2^{n-1} \Rightarrow \boxed{n=9}$

۲

$a_5 = 12$

$a_8 = 96 \Rightarrow \frac{ar^7}{ar^4} = r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$

$ar^4 = 12 \Rightarrow a\times 16 = 12 \Rightarrow a = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

$a_n = \frac{3}{4}\times 2^{n-1} \Rightarrow a_{10} = \frac{3}{4}\times 2^9 \Rightarrow \frac{3}{\cancel{4}}\times 2^{9} \Rightarrow \boxed{3\times 2^7}$

۳

الف) $a_1\times a_2\times a_3\times a_4\times a_5 = 243 \Rightarrow a_3^5 = 243 \Rightarrow \boxed{a_3 = 3}$

ب) $a_1\times a_5 = a_3^2 \Rightarrow 3^2 = \boxed{9}$

۴

$(4\sqrt{2})^2 = 2^a\times 2^b \Rightarrow 32 = 2^{a+b} \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b = 5$

واسطه عددی = میانگین a و b $\Rightarrow \frac{a+b}{2} = \boxed{\frac{5}{2}}$

۵

$x^2 = \frac{(x+1)(1-x)}{1+x} \Rightarrow x^2 = 1^2 - x^2 \Rightarrow 2x^2 = 1$

$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$a + ar^{۳} = ۲۸ \Rightarrow a(1+r^{۳}) = ۲۸ \Rightarrow a = \frac{۲۸}{1+r^{۳}}$

$ar + ar^{۲} = ۱۲ \Rightarrow ar(1+r) = ۱۲ \Rightarrow a = \frac{۱۲}{r(1+r)} \Rightarrow \frac{۱۲}{r(1+r)}(1+r^{۳}) = ۲۸$

$\frac{۱۲(1+r^{۳})}{r(1+r)} = ۲۸ \Rightarrow ۱۲(1+r^{۳}) = ۲۸r(1+r) \Rightarrow ۱۲ + ۱۲r^{۳} = ۲۸r + ۲۸r^{۲}$ ۶

$۱۲r^{۳} - ۲۸r^{۲} - ۲۸r + ۱۲ = 0 \xRightarrow{\div ۴} ۳r^{۳} - ۷r^{۲} - ۷r + ۳ = 0 \Rightarrow r = ۳ \Rightarrow ۳(۲۷) - ۷(۹) - ۷(۳) + ۳ = 0$

$a = \frac{۱۲}{۳\times(۱+۳)} = \frac{۱۲}{۱۲} = ۱ \Rightarrow a_1, a_2, a_3, a_4 = ۱, ۳, ۹, ۲۷$ بزرگترین $\boxed{۲۷}$

$P_{۳} = ۲۷ \Rightarrow a_{۲}^{۳} = ۳^{۳} \Rightarrow aq = ۳ \Rightarrow a = \frac{۳}{q}$

$S_{۳} = a + aq + aq^{۲} \Rightarrow \frac{۳}{q}(1+q+q^{۲}) \xRightarrow{\times q} ۱۳q = ۳(1+q+q^{۲}) \Rightarrow q = \frac{۱۰\pm\sqrt{۶۴}}{۶} = \frac{۱۰\pm۸}{۶}$

$\Rightarrow q = ۳ , \frac{1}{۳}$ ۷

$۱۳q = ۳ + ۳q + ۳q^{۲} \Rightarrow ۳q^{۲} - ۱۰q + ۳ = 0$

$a = \frac{۳}{q} \Rightarrow$ ۱: $q = ۳ \Rightarrow a = ۳ \Rightarrow ۱, ۳, ۹$ ۲: $q = \frac{1}{۳} \Rightarrow a = ۹ \Rightarrow ۹, ۳, ۱$

$a_n = ۲, ۶, ۱۸, \dots \quad a_n = ۲\times۳^{n-1}$

(الف) $S_n = \frac{۲\times(۳^{۱۰}-1)}{۳-1} = \boxed{۳^{۱۰}-1}$

(ب) $P_n = \sqrt{(۲\times۲\times۳^{۹})^{۱۰}} \Rightarrow \sqrt{۲^{۲۰}\times۳^{۹۰}} = \boxed{۲^{۱۰}\times۳^{۴۵}}$ ۸

$a_{۱۰} = ۲\times۳^{۹}$

$a_n = a, aq, aq^{۲}, aq^{۳}, \dots$

$\left.\begin{array}{l} b_1 = aq - a = a(q-1) \\ b_2 = aq^{۲} - aq = aq(q-1) \\ b_3 = aq^{۳} - aq^{۲} = aq^{۲}(q-1) \end{array}\right\} a(q-1), aq(q-1), aq^{۲}(q-1), \dots$ ۹

$\frac{b_2}{b_1} = \frac{aq(q-1)}{a(q-1)} = q = r$ جدید

(ب) $S_n = a_1 + a_1q + a_1q^{۲} + \dots + a_1q^{n-1} \xrightarrow{\times q} S_nq = a_1q + a_1q^{۲} + \dots + a_1q^{n}$

$S_n - S_nq = a_1 - a_1q^{n} \Rightarrow S_n(1-q) = a_1(1-q^n) \Rightarrow S_n = \frac{a(q^n-1)}{q-1}$

$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$

(الف) $S = a + (a+d) + \dots + (a+(n-1)d) \quad S = (a+(n-1)d) + (a+(n-2)d) + \dots + a$ ۱۰

$۲S = (۲a+(n-1)d) + (۲a+(n-1)d) + \dots + (۲a+(n-1)d)$

$\Rightarrow ۲S = n\times(۲a+(n-1)d) \Rightarrow S = \frac{n}{۲}\times(۲a+(n-1)d)$