نام و نام خانوادگی ...پریا تبلی... ۱۴/۷۵ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲.. کلاس ..دهم ر۱...

۱

$a_n = \frac{۱}{۲}, ۱, ۲, \dots \quad a_n = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} = ۲^{n-۲}$

الف) $a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲۵۶$ ✓

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = q^۴ = ۲^۴ = ۱۶$ ✓

ج) $\sqrt{a_۴ \times a_{۱۰}} = \sqrt{۱۰۲۴} = ۳۲$ ✓

$a_۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۳ = ۴ \quad a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲۵۶$

د) $۱۲۸ = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} \Rightarrow ۲^{n-۱} = ۲۵۶ \Rightarrow n = ۹$ ✓

۲

۲

$\frac{t_۸}{t_۵} = q^۳ = \frac{۹۶}{۱۲} = ۸ \Rightarrow q = ۲ \quad t_{۱۰} = t_۸ \times q^۲ = ۹۶ \times ۴ = ۳۸۴$ ✓

۲

۳

الف) $\overbrace{a_۱ \times \underbrace{a_۲ \times a_۳ \times a_۴}_{a_۳ \times a_۳} \times a_۵}^{a_۳ \times a_۳} = ۲۴۳ \quad (a_۳)^۵ \Rightarrow a_۳ = ۳$ ✓

ب) $a_۱ \times a_۵ = a_۳ \times a_۳ = ۳ \times ۳ = ۹$ ✓

۲

۴

$۲^a, ۴\sqrt{۲}, ۲^b \Rightarrow (۴\sqrt{۲})^۲ = ۲^a \times ۲^b \Rightarrow ۳۲ = ۲^{a+b} \Rightarrow a+b = ۵$

درج واسطه حسابی : $\frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$ ✓

۲

۵

$a_۳ = ۱ - x$

$a_۷ = x$

$a_{۱۱} = x + ۱$

$a_{۱۱} \times a_۳ = a_۷ \times a_۷ \Rightarrow (۱-x)(x+۱) = x^۲ \Rightarrow ۱ - x^۲ = x^۲$

$\Rightarrow ۱ = ۲x^۲ \Rightarrow x^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ✓

۱/۷۵

فقط مقدار ⊕ قابل قبول است زیرا به ازای $x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ جملات فرد باهم غیر هم علامت می‌شوند.

~~$a_۱+a_۲+a_۳=۱۴$~~ ~~$a_n=a_۱q^{n-۱}$~~ $a_۱+a_۴=۲۸$ $a_۲+a_۳=۱۲$ ②

~~$a_۱\times a_۲\times a_۳=۲۷ \Rightarrow a_۲^۳=۲۷ \Rightarrow a_۳ = ۳$~~

$\Rightarrow \frac{a(۱+q^۳)}{aq(۱+q)} = \frac{۲۸}{۱۲} = \frac{\cancel{(۱+q)}(q^۲-q+۱)}{q\cancel{(۱+q)}} = \frac{۷}{۳} \Rightarrow ۷q = ۳q^۲-۳q+۳$

$\Rightarrow ۳q^۲-۱۰q+۳=۰ \Rightarrow q=\frac{۱۰\pm\sqrt{۱۰۰-۳۶}}{۶}$

$\Rightarrow ۳ \Rightarrow a_۱=۱ \Rightarrow a_n=۱,۳,۹,\boxed{۲۷},\dots$

$\Rightarrow \frac{۱}{۳} \Rightarrow a_۱=۲۷ \Rightarrow a_n=\boxed{۲۷},۹,۳,۱,\dots$ ✓

بزرگترین جمله در هر صورت $\Rightarrow$

$a_۱+a_۲+a_۳=۱۳ \xrightarrow{\boxed{۲۷}} a_۱+۳+a_۳=۱۳ \Rightarrow a_۱+a_۳=۱۰=a_۲q^{-۱}+a_۲q$

$a_۱\times a_۲\times a_۳=۲۷=a_۲^۳ \Rightarrow \boxed{a_۲=۳} \Rightarrow a_۱\times a_۳=۹=a_۲q^{-۱}\times a_۲q$

$۳q^{-۱}+۳q=۱۰ \Rightarrow ۳+۳q^۲=۱۰q \Rightarrow ۳q^۲-۱۰q+۳=۰ \Rightarrow q=\frac{۱۰\pm\sqrt{۱۰۰-۳۶}}{۶}$ $\Rightarrow q=۳$ ، $\Rightarrow q=\frac{۱}{۳}$

if $q=۳ \Rightarrow a_n=۱,۳,۹$ ✓

if $q=\frac{۱}{۳} \Rightarrow a_n=۹,۳,۱$

②

۸

$a_n=\underbrace{۲,۶,۱۸}_{\times۳\ \ \times۳},\dots \Rightarrow q=۳ \Rightarrow a_n=۲\times۳^{n-۱}$

الف) $S_{۱۰}=۲\times\left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{۳-۱}\right)=۳^{۱۰}-۱=\boxed{۵۹۰۴۸}$ ✓

ب) $P_{۱۰}=\sqrt{(a_۱\times a_{۱۰})^{۱۰}}=(a_۱\times a_{۱۰})^۵=(۲\times۲\times۳^۹)^۵=۲^{۱۰}\times۳^{۴۵}$ ✓

②

۹

هندسی است؟

$a_n=a,aq,aq^۲,aq^۳,\dots \xrightarrow{t_n=} aq-a,aq^۲-aq,aq^۳-aq^۲,\dots$

$\Rightarrow a(q-۱),a(q^۲-q),a(q^۳-q^۲),\dots$

②

اثبات هندسی بودن: $a_۲^۲=a_۱\times a_۳ \Rightarrow (a(q^۲-q))^۲=(a(q-۱))(a(q^۳-q^۲))$

$\Rightarrow a^۲q^۴-۲a^۲q^۳+a^۲q^۲=a^۲q^۴-۲a^۲q^۳+a^۲q^۲$ ✓ $\Rightarrow$ برقرار است پس دنباله t_n هندسی است ✓

الف) $a_n=a,a+d,a+۲d,a+۳d,\dots,a+(n-۱)d$

$S_n=\frac{n}{۲}(۲a+(n-۱)d)$ $S_n=a+a+d+a+۲d+a+۳d+\dots+a+(n-۱)d=na+(d+۲d+\dots)$ ✓

جابی

$=na+(۱+۲+۳+\dots+(n-۱))d=na+\frac{(\overset{n}{\cancel{n-۱+۱}})(n-۱)}{۲}d=na+\frac{n^۲-n}{۲}d=\boxed{\frac{n}{۲}(۲a+(n-۱)d)}$ ✓ ۱۰

ب) $a_n=a,aq,aq^۲,\dots,aq^{n-۱}$ $S_n=a+aq+aq^۲+\dots+aq^{n-۱} \xrightarrow{\times q} S_n.q=aq+aq^۲+\dots+aq^n$

$\Rightarrow S_n-S_n.q=a-aq^n \Rightarrow S_n(۱-q)=a(۱-q^n) \Rightarrow \boxed{S_n=a\left(\frac{۱-q^n}{۱-q}\right)=a\left(\frac{q^n-۱}{q-۱}\right)}$ ✓

②