نام و نام خانوادگی ......راز مهرداد...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ....۱۴.... کلاس ....دهم ج.... ۱۵

**۱**

الف) $a_n: \frac{1}{2}, 1, 2$ $\quad q=\frac{2}{1}=2 \quad \boxed{q=\frac{1}{2}}$ $\quad a_{10}=\frac{1}{2}\times 2^{9}=\boxed{256=2^{8}}$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}}=\boxed{q^{4}=16}$

ج) $\pm\sqrt{a_4 \cdot a_{10}}=\pm\sqrt{\frac{1}{2}\times 2^{3}\times\frac{1}{2}\times 2^{9}}=\pm 2^{4} \Rightarrow 2^{4}$

نمی‌تواند منفی باشد

د) $128=\frac{1}{2}\times 2^{8} \Rightarrow \boxed{128=a_9}$

**۲**

$a_5=12$

$a_8=96 \quad q^{3}=\frac{a_8}{a_5}=\frac{96}{12}=8 \Rightarrow \boxed{q=2} \quad a_{10}=a_8 q^{2}=96\times 4=\boxed{384}$

**۳**

الف) $a_1\times a_2\times a_3\times a_4\times a_5=243$

$\frac{t}{q^{2}}\times\frac{t}{q}\times t\times tq\times tq^{2}=243 \Rightarrow t^{5}=243 \Rightarrow \boxed{t=3}\boxed{=a_3}$

ب) $a_1\times a_5=a_3^{2} \Rightarrow 9$

**۴**

$a_n: 2^{a}, 4\sqrt{2}, 2^{b}$

$2^{\frac{5}{2}}$

$\Rightarrow \begin{cases} a+x=\frac{5}{2} \\ \frac{5}{2}+x=b \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\frac{a+b}{2}}_{\text{واسطه حسابی}}=\boxed{\frac{5}{2}}$

**۵**

$a_3=1-x \,/\, a_7=x \,/\, a_{11}=x+1$

$a_7^{2}=a_3\cdot a_{11}=x^{2}=(1-x)(x+1)$

$x^{2}=-x^{2}+1$

$2x^{2}=1$

$\boxed{x^{2}=\frac{1}{2}}$

$\boxed{x=+\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\boxed{x=-\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$a_1+a_4=28 \,/\, a_2+a_3=12$

$$\frac{a+aq^3}{aq+aq^2}=\frac{a(1+q^3)}{aq(1+q)}=\frac{(q+1)(q^2-q+1)}{(q+1)q}=\frac{28}{12}$$ $\boxed{a=1}$ $\boxed{a=27}$ $\Leftarrow \boxed{q=3 \text{ و } \frac{1}{3}} \Leftarrow \boxed{(q-\frac{1}{3})(q-3)}$

$q=3$ بزرگترین بعد $= \boxed{a_4=27}$

$q=\frac{1}{3}$ بزرگترین جمله $= \boxed{a_1=27}$

$12q^2-12q+12=28q \Rightarrow 12q^2-40q+12=0 \Rightarrow 4q^2-10q+4=0 \Rightarrow q^2-10q+16=0$ ۶

از دو طرف ۴ را فاکتور می‌گیریم

روش ردی $(q-\frac{1}{3})(q-3)$

---

$a_1+a_2+a_3=13$

$a_1\cdot a_2\cdot a_3=27 \xrightarrow[a_1 a_3=a_2^2]{\text{طبق واسطه هندسی}} a_2^3=27 \quad \boxed{a_2=3}$ $\Rightarrow a_1+a_3=10$, $a_2^2=a_1\cdot a_3=9$

اعداد صحیح

$\boxed{a_1=1}$, $\boxed{a_3=9}$

$\boxed{a_1=9}$, $\boxed{a_3=1}$ ۷

---

$a_n: \underbrace{2,6}_{\times 3}\underbrace{,18}_{\times 3},\dots \qquad a_n=3^{n-1}\times 2 \Rightarrow \boxed{a=2}\ \boxed{q=3}$

$$S_{10}=\frac{a(q^n-1)}{(q-1)}=\cancel{2}\,\frac{3^{10}-1}{\cancel{3-1}}=\boxed{3^{10}-1=59048}$$ ۸

---

$a_n: a, \underbrace{aq}_{\times q}, \underbrace{aq^2}_{\times q}, \underbrace{aq^3}_{\times q},\dots$ → یک دنباله هندسی در حالت کلی

$b_n: a-aq,\ aq-aq^2,\ aq^2-aq^3$ → اختلاف هر جمله از جمله بعدی

از $(1-q)$ فاکتور بگیریم

$a(1-q),\ \underbrace{aq(1-q)}_{\times q},\ \underbrace{aq^2(1-q)}_{\times q}$ $\boxed{q_{b_n}=q}$ ۹

مثال $a_n: \underbrace{2,6}_{\times 3},\underbrace{18}_{\times 3},54,\dots \quad q_{a_n}=3$

$b_n: \underbrace{-4,-12}_{\times 3},\underbrace{-36}_{\times 3} \quad q_{b_n}=3$

---

$a_1+a_n$

$a_1+a_n$

الف) $S_n=a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$

$1+n=2+(n-1)$

$a_1+a_n=a_2+a_{n-1}$

$a_1+a_n$

$$S_n=\frac{n(a+L)}{2} \quad a_n \quad =\frac{n}{2}(a+L)=\frac{n}{2}(a+a+(n-1)d)=\boxed{\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)}$$ ۱۰

چون مجموع هر دو جمله برابر $a_1+a_n$ است

ب) $S_n=a+aq+aq^2+\dots+aq^{(n-1)}$

$S_n q=aq+aq^2+aq^3+\dots+aq^n \Rightarrow S_nq-S_n=aq^n-a=\boxed{S_n(q-1)=a(q^n-1)}$

$S_n-a_1 \quad aq^n$

$$\boxed{S_n=\frac{a(q^n-1)}{(q-1)}}$$