۱۸۵

13

م و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۴... کلاس ...دهم ج...............

۱

$a_n: \frac{1}{2}, 1, 2$ $q=\frac{2}{1}=2$ $\boxed{q=\frac{1}{2}}$

الف) $a_{10}=\frac{1}{2}\times 2^9=\boxed{256=2^8}$ ✓

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}}=\boxed{q^4=16}$ ✓

ج) $\pm\sqrt{a_4 \cdot a_{10}}=\pm\sqrt{\frac{1}{2}\times 2^3\times\frac{1}{2}\times 2^9}=\pm 2^4 \Rightarrow 2^4$

نمی‌تواند منفی باشد

نمی‌تواند منفی باشد

$\boxed{\sqrt{\frac{1}{4}\times 2^{12}}=2^5=32}$

د) $128=\frac{1}{2}\times 2^8 \Rightarrow \boxed{128=a_9}$ ✓

۱٫۷۵

۲

$a_5=12$

$a_8=96$ $q^3=\frac{a_8}{a_5}=\frac{96}{12}=8 \Rightarrow \boxed{q=2}$ $a_{10}=a_8 q^2=96\times 4=\boxed{384}$ ✓

۲

۳

الف) $a_3 \quad a_1\times a_2\times a_3\times a_4\times a_5=243$

$\frac{\cancel{V}}{q^2}\times\frac{V}{q}\times V\times Vq\times Vq^2=243 \Rightarrow V^5=243 \Rightarrow \boxed{V=3}\boxed{=a_3}$ ✓

۲

ب) $a_1\times a_5=a_3^2 \Rightarrow 9$ ✓

۴

$a_n: 2^a, 4\sqrt{2}, 2^b$

$\times 2^x \quad 2^{\frac{5}{2}} \quad \times 2^x \Rightarrow \begin{cases} a+x=\frac{5}{2} \\ \frac{5}{2}+x=b \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\frac{a+b}{2}}_{\text{واسطه حسابی}}=\boxed{\frac{5}{2}}$ ✓

۲

۵

$a_3=1-x \,/\, a_7=x \,/\, a_{11}=x+1$

$a_7^2=a_3\cdot a_{11}=x^2=(1-x)(x+1)$

$x^2=-x^2+1$

$2x^2=1$

$\boxed{x^2=\frac{1}{2}}$

$\boxed{x=+\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\boxed{x=-\frac{\sqrt{2}}{2}}$

فقط مقدار (+) قابل قبول است زیرا به ازای $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ جملات فرد با هم غیر هم علامت می‌شوند

۱٫۷۵

۱

$a_1+a_4=۲۸ \,/\, a_2+a_3=۱۲$

$\frac{a+aq^3}{aq+aq^2}=\frac{\cancel{a}(1+q^3)}{\cancel{a}q(1+q)}=\frac{\cancel{(q+1)}(q^2-q+1)}{\cancel{(q+1)}q}=\frac{۲۸}{۱۲}$

$\boxed{a=1}\ \boxed{a=۲۷} \Leftarrow \boxed{q=۳ \text{ و } \frac{1}{۳}} \Leftarrow \boxed{(q-\frac{1}{۳})(q-۳)}$ ②

$\begin{cases} q=۳ \text{ بزرگترین جمله } = \boxed{a_4=۲۷} \\ q=\frac{1}{۳} \text{ بزرگترین جمله } = \boxed{a_1=۲۷} \end{cases}$ ✓

$۱۲q^2-۱۲q+۱۲=۲۸q \Rightarrow ۱۲q^2-۴۰q+۱۲=0 \Rightarrow ۳q^2-۱۰q+۳=0 \Rightarrow q^2-۱۰q+۹=0$ ۶

از دو طرف ۴ را فاکتور می‌گیریم

روش [illegible] $(q-1)(q-۹)$

$a_1+a_2+a_3=۱۳$

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3=۲۷ \xrightarrow[a_1 \cdot a_3=a_2^2]{\text{طبق واسطه هندسی}} a_2^3=۲۷ \quad \boxed{a_2=۳}$

$\Rightarrow a_1+a_3=۱۰$

$a_2^2=a_1 \cdot a_3=۹$

$\begin{cases} \boxed{a_1=1} \\ \boxed{a_3=۹} \end{cases}$ [illegible]

$\begin{cases} \boxed{a_1=۹} \\ \boxed{a_3=1} \end{cases}$ ✓ ۷

②

$a_n: \underbrace{۲, ۶}_{\times ۳}, \underbrace{۶, ۱۸}_{\times ۳}, \ldots \qquad a_n=۳^{n-1}\times ۲ \Rightarrow \boxed{a=۲}\ \boxed{q=۳}$ ①

الف) $S_{10}=a\frac{(q^n-1)}{(q-1)}=\cancel{۲}\frac{۳^{10}-1}{\cancel{۳-1}}=\boxed{۳^{10}-1=۵۹۰۴۸}$ ✓ ۸

ب) ضرب ۱۰ جمله $=(a_1\times a_{10})^5=(a_1\times a_1\times q^9)^5=\boxed{۲^{10}\times ۳^{45}}$

$a_n: a, aq, aq^2, aq^3, \ldots$ ($\times q$, $\times q$, $\times q$) → یک دنباله هندسی در حالت کلی

$b_n: a-aq, aq-aq^2, aq^2-aq^3$ → اختلاف هر جمله از جمله بعدی

از $(1-q)$ فاکتور بگیریم

$a(1-q), aq(1-q), aq^2(1-q)$ ($\times q$, $\times q$)

$\boxed{q_{b_n}=q}$ ✓ ②

مثال: $a_n: ۲, ۶, ۱۸, ۵۴, \ldots$ ($\times ۳$, $\times ۳$) $q_{a_n}=۳$

$b_n: -۴, -۱۲, -۳۶$ ($\times ۳$, $\times ۳$) $q_{b_n}=۳$ ۹

الف) $S_n=a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$ (a_1+a_n, a_1+a_n, a_1+a_n)

$1+n=۲+(n-1)$

$a_1+a_n=a_2+a_{n-1}$

$S_n=\frac{n(a+L)}{②}=\frac{n}{۲}(a+L)=\frac{n}{۲}(a+\overset{a_n}{a+(n-1)d})=\boxed{\frac{n}{۲}(۲a+(n-1)d)}$ ✓ ② ۱۰

۲ چون مجموع ... برای a_1+a_n است

ب) $S_n=a+aq+aq^2+\cdots+aq^{(n-1)}$

$S_nq=\underbrace{aq+aq^2+aq^3+\cdots}_{S_n-a_1}+\underset{aq^n}{aq^n} \Rightarrow S_nq-S_n=aq^n-a=\boxed{S_n(q-1)=a(q^n-1)}$ ✓

$\boxed{S_n=a\frac{(q^n-1)}{(q-1)}}$