۲۰

نام و نام خانوادگی آرتین تشیروانی فر .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۴ ..... کلاس دهم پسرانه B ......

۱

الف) $a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots \to q = 2$ ($\times 2$, $\times 2$) $a_{10} = a_1 q^9 = \frac{1}{2} \times 2^9 = 2^8 = 256$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{\cancel{a_1} q^{16}}{\cancel{a_1} q^{12}} = q^4 = 2^4 = 16$

ج) $\left.\begin{array}{l} a_4 = a_1 q^3 \\ a_{10} = a_1 q^9 \end{array}\right\} \to \sqrt{\underbrace{a_4 \cdot a_{10}}_{a_7 \cdot a_7}} = a_7 = a_1 q^6 = \frac{1}{2} \times 2^6 = 2^5 = 32$

د) $128 = a_1 q^{n-1} \to 128 = \frac{1}{2} \times 2^{n-1} \to 2^{n-1} = 256$

$n - 1 = 8 \to n = 9$

۲

۲

$\left.\begin{array}{l} a_8 = 96 \\ a_5 = 12 \end{array}\right\} \xrightarrow{\frac{a_8}{a_5}} \frac{\cancel{a_1} q^7}{\cancel{a_1} q^4} = \frac{\cancel{96}\,8}{\cancel{12}} \to q^3 = 8 \to q = 2$

۲

$a_{10} = a_8 \cdot q^2 = 96 \times 4 = 384$

۳

الف) $a_6 = a_3 \cdot a_3$

$\underbrace{a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5}_{a_6 = a_3 \cdot a_3} = 243 \longrightarrow (a_3)^5 = \cancel{243}\,3^5 \longrightarrow a_3 = 3$

ب) $a_1 \times a_5 = a_3 \cdot a_3 = 3 \times 3 = 9$

۲

۴

$2^a, 4\sqrt{2}, 2^b \longrightarrow (4\sqrt{2})^2 = 2^a \cdot 2^b \to 32 = 2^{a+b}$

$a + b = 5$

درج واسطه حسابی $= \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

۲

۵

$a_{11} \cdot a_3 = a_7 \cdot a_7 \longrightarrow \underbrace{(x+1)(1-x)}_{1 - x^2} = x^2$

$a_3 = 1 - x$

$a_7 = x$

$a_{11} = x + 1$

$1 - x^2 = x^2 \to 2x^2 = 1$

$x^2 = \frac{1}{2}$

$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

۲

q^4 تفاوت میان a_3 و a_7 هم باید مثبت باشد.

پس تنها جواب $+\frac{\sqrt{2}}{2}$ است

غیرقابل قبول چون q^4 در دنباله‌ی هندسی نمی‌تواند منفی باشد.

$\frac{t_7}{t_3} = q^4 \xrightarrow{x = -\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - (-\frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} = (-)$

CamScanner

$a_2+a_3 = aq(1+q) = 12$

$a_1+a_4 = a(1+q^3) = 28$ $\longrightarrow \frac{a(1+q^3)}{aq(1+q)} = \frac{\cancel{28}^{7}}{\cancel{12}_{3}} = \frac{\cancel{(1+q)}(q^2-q+1)}{q\cancel{(1+q)}}$

$7q = 3q^2-3q+3 \longrightarrow 3q^2-10q+3=0 \longrightarrow q = \frac{10\pm\sqrt{100-36}}{6} = 3 , \frac{1}{3}$ 6

if $q=3 \rightarrow a=1 \rightarrow a_n = 1,3,9,27,\dots$

if $q=\frac{1}{3} \rightarrow a=27 \rightarrow a_n = 27,9,3,1,\dots$ $\longrightarrow$ در ۲ حالت ۲۷ همیشه بیشترین مقدار است پس جواب ۲۷ است.

۲

$a_1\cdot \overbrace{a_2\cdot a_3}^{a_2^2} = 27 \rightarrow a_2\cdot a_2^2 = 27 \rightarrow a_2^3 = 27 \rightarrow a_2 = 3$

$\underbrace{a_1+\cancel{a_2}^{3}+a_3 = 13} \longrightarrow a_1+a_3 = 10$

$a_1\times a_3 = 9$

$\frac{a_2}{q}+a_2+a_2q = 13 \rightarrow \frac{3}{q}+3+3q = 13 \rightarrow \frac{3q^2+3q+3}{q} = 13$ ۲ 7

$3q^2-10q+3=0 \rightarrow q = \frac{10\pm\sqrt{100-36}}{6}$ $\rightarrow$ 3 یا $\frac{1}{3}$

if $q=3 \rightarrow a_1=1 \rightarrow a_n = 1,3,9$ ✓

if $q=\frac{1}{3} \rightarrow a_1=9 \rightarrow a_n = 9,3,1$ ✓ جواب:

$a_n = 2,6,18,\dots \longrightarrow q=3$ ($\times 3$, $\times 3$)

الف) $S_{10} = a_1\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right) = \cancel{2}\left(\frac{3^{10}-1}{\cancel{3-1}}\right) = 3^{10}-1 = 59048$

ب) 8

$P_{10} = \sqrt{(a_1\times a_{10})^{10}} = (a_1\times a_{10})^5 = (2\times 2\times 3^9)^5 = 2^{10}\times 3^{45}$

۲

$a_n = \frac{a}{q}, a, aq, aq^2, aq^3, \dots$ اثبات هندسی بودن: $a_2^2 = a_1\cdot a_3$

$\longrightarrow a-\frac{a}{q}, aq-a, aq^2-aq, aq^3-aq^2 \longrightarrow$ $\underbrace{a^2(q-1)^2 = \frac{a}{\cancel{q}}(q-1)\cdot a\cancel{q}(q-1)}$ برقرار است. 9

$\frac{a}{q}(q-1), a(q-1), aq(q-1), aq^2(q-1)$ ($\times q$, $\times q$, $\times q$)

۲

الف) حسابی $a_n = a, a+d, a+2d, \dots, a+(n-1)d$

حسابی $S_n = a+a+d+a+2d+\dots+a+(n-1)d = na+(d+2d+\dots+(n-1)d)$

$= na+(1+2+3+4+\dots+(n-1))d = na+\frac{(n-1+1)(n-1)}{2}d = na+n\frac{n-1}{2}d$ 10

$= \frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$

ب) هندسی $a_n = a, aq, aq^2, \dots, aq^{n-1}$

هندسی $S_n = a+aq+aq^2+\dots+aq^{n-1}$ ۲

طرفین در q ضرب $\longrightarrow S_n\cdot q = aq+aq^2+aq^3+\dots+aq^n$

$S_n - S_n\cdot q = a - aq^n = a(1-q^n)$

$S_n(1-q) = a(1-q^n) \longrightarrow S_n = \frac{a(1-q^n)}{(1-q)} = a\times\frac{(q^n-1)}{(q-1)}$