نام و نام خانوادگی ...پریا پهلوانی... ۲۰ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۴... کلاس ...دهم ریاضی B...

۱	الف)	$a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots \to q = 2$ $a_{10} = a_1 q^9 = \frac{1}{2} \times 2^9 = 2^8 = 256$
	ب)	$\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{a_1 q^{16}}{a_1 q^{12}} = q^4 = 2^4 = 16$
	ج)	$a_4 = a_1 q^3$, $a_{10} = a_1 q^9 \to \sqrt{\underbrace{a_4 \cdot a_{10}}_{a_7 \cdot a_7}} = a_7 = a_1 q^6 = \frac{1}{2} \times 2^6 = 2^5 = 32$ ۲
	د)	$128 = a_1 q^{n-1} \to 128 = \frac{1}{2} \times 2^{n-1} \to 2^{n-1} = 256$ $n-1 = 8 \to n = 9$
۲		$a_8 = 96$, $a_5 = 12$ $\frac{a_8}{a_5} \frac{a_1 \cdot q^7}{a_1 \cdot q^4} = \frac{96}{12} = 8 \to q^3 = 8 \to q = 2$ $a_{10} = a_8 \times q^2 = 96 \times 4 = 384$ ۲
۳	الف)	$a_1 = a_2 \cdot a_4$ $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = 243 \to (a_3)^5 = 243 \to a_3 = 3$ $a_4 = a_3 \times a_2$
	ب)	$a_1 \times a_5 = a_3 \cdot a_3 = 3 \times 3 = 9$ ۲
		$2^a, 4\sqrt{2}, 2^b \to (4\sqrt{2})^2 = 2^a \cdot 2^b \to 32 = 2^{a+b}$ $a+b=5$ $\frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2/5$ ۲
		$a_{11} \cdot a_3 = a_7 \cdot a_7 \to \underbrace{(x+1)\ \cancel{\ }\ (1-x) = x^2}$ $1 - x^2 = x^2 \to 2x^2 = 1 \to x^2 = \frac{1}{2}$ $a_3 = 1 - x$ $x = \mp \frac{\sqrt{2}}{2}$ $a_7 = x$ $a_{11} = x + 1$ ۲ منفی غیر قابل قبول چون دنباله هندسی افزایشی بود q^4 که در عامل a_3 و a_7 هم باید مثبت باشد پس تنها جواب $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است

$a_2 + a_3 = aq(1+q) = 12$
$a_1 + a_4 = a(1+q^3) = 28$ $\to \frac{a(1+q^3)}{aq(1+q)} = \frac{28}{12} = \frac{(1+q)(q^2-q+1)}{q(1+q)}$

$3q = 3q^2 - 3q + 3 \to 3q^2 - 10q + 3 = 0 \to q = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6}$ $q = 3$ یا $\frac{1}{3}$ ۶

اگر $q = 3 \to a_1 = 1 \to a_n = 1, 3, 9, 27, \ldots$ در دو حالت بیشترین مقدار ۲۷

اگر $q = \frac{1}{3} \to a = 27 \to a_n = 27, 9, 3, 1, \ldots$ بیشترین جواب ۲۷ است

۲

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 27$ $a_2 \cdot a_2^2 = 27 \to a_2^3 = 27 = a_2 = 3$ $q = \frac{1}{3}$ یا 3

$a_1 + a_2 + a_3 = 13 \to a_1 + a_3 = 10$ $a_1 \times a_3 = 9$ $q = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6}$

$\frac{a_2}{q} + a + aq = 13 \to \frac{3}{q} + 3 + 3q = 13 \to \frac{3q^2 + 3q + 3}{q} = 13 \to 3q^2 - 10q + 3 = 0$ ۷

اگر $q = 3 \to a_1 = 1 \xrightarrow{a_n} 1, 3, 9$

اگر $q = \frac{1}{3} \to a_1 = 9 \to 9, 3, 1$

۲

الف) $S_{10} = a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right) = 2\left(\frac{3^{10}-1}{3-1}\right) = 3^{10} - 1 = 59048$

۲

ب) $P_{10} = \sqrt{(a_1 \times a_{10})^{10}} = (a_1 \times a_{10})^5 = (2 \times 2 \times 3^9)^5 = 2^{10} \times 3^{45}$ ۸

اثبات هندسی بودن

$a_n = \frac{a}{q}, a, aq, aq^2, aq^3, \ldots$ $a_2^2 = a_1 \cdot a_3$

$\to a - \frac{a}{q} = aq - a, aq^2 - aq, aq^3 - aq^2$ $a^2(q-1)^2 = \frac{a}{q}(q-1) \cdot aq(q-1)$ برقرار است. ۹

$\frac{a}{q}(q-1), a(q-1), aq(q-1), aq^2(q-1)$

۲

الف)

حسابی $a_n = a, a+d, a+2d, \ldots, a+(n-1)d$

حسابی $S_n = a + a+d + a+2d + \ldots, a+(n-1)d = na + (d + 2d + \ldots + (n-1)d$

$na + (1+2+3+4+\ldots+(n-1))d = na + \frac{(n-1+1)(n-1)}{2}d = na + n\frac{n-1}{2}$ ۱۰

۲

هندسی $a_n = a, aq, aq^2, \ldots, aq^{n-1}$

هندسی $S_n = a + aq + aq^2 + \ldots + aq^{n-1} \xrightarrow{\text{طرفین در q ضرب}} S_n q = aq + aq^2 + aq^3$

$\ldots, aq^{n-1}$

$S_n - S_n q = a - aq^n = a(1-q^n)$

$S_n(1-q) = a(1-q^n) \to S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} = a \times \frac{q^n-1}{q-1}$