نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

الف) $a_{10} = a_1 \times 2^9 \rightarrow a_{10} = \frac{1}{2} \times 2^9 = 256$

$a_1 = \frac{1}{2}$ $r = 2$ قدرنسبت

ب) $\frac{a_{17}}{a_{14}} = 2^4 \rightarrow 2^4 = 16$

ج) $a_4 \times a_{10} \rightarrow \frac{1}{2} \times 2^3 \times \frac{1}{2} \times 2^9 \xrightarrow{\text{زیر رادیکال}} \sqrt{\frac{1}{2} \times 2^3 \times \frac{1}{2} \times 2^9} = \sqrt{2^{10}} = +2^5$

د) $\frac{1}{2} \times 2^{n-1} = 2^7 \rightarrow 2^{-2+n} = 2^7 \rightarrow n = 9$ (a9)

$a_9 = 128 \leftarrow$

۲

$\frac{a_8}{a_5} = r^3 \rightarrow \frac{96}{12} = 8 \rightarrow r = 2$

$a_1 \times r^4 = a_5 \rightarrow a_1 \times 16 = 12$

$a_1 = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

$a_{10} = a_1 \times r^9 \rightarrow \frac{3}{4} \times 2^9 \rightarrow 3 \times 2^7$

$= 384$

۳

الف)

$a_1 \times a_5 = a_3^2$

$a_2 \times a_4 = a_3^2$ $\longrightarrow a_3^2 \times a_3^2 \times a_3 = a_3^5 \rightarrow a_3^5 = 243$

$\sqrt[5]{243} = 3 \rightarrow a_3 = 3$

ب)

$a_1 \times a_5 = a_3^2 \rightarrow a_3 = 3 \rightarrow 3^2 = 9$

۴

واسطه حسابی $= \frac{a+b}{2}$

$\sqrt{2} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^5} \rightarrow 2^{\frac{5}{6}}$

$2^a, 2^{\frac{5}{6}}, 2^b$

$2^a \times 2^x = 2^{\frac{5}{6}} \rightarrow a + x = \frac{5}{6}$

$2^{\frac{5}{6}} \times 2^x = 2^b \rightarrow \frac{5}{6} + x = b$

واسطه حسابی

$\frac{a+b}{2} = \frac{5}{6}$

$-a + \frac{5}{6} = -\frac{5}{6} + b \rightarrow a + b = 5$

۵

$x^2 = (x+1)(1-x) \rightarrow x^2 = x - x^2 + 1 - x = 1 - x^2$

$x^2 = 1 - x^2 \longrightarrow x^2 + x^2 = 1 \rightarrow 2x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow$

$x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$x = +\frac{1}{\sqrt{2}}$

۶

$\frac{a_1(1+r^3)}{a_1 r(1+r)} = \frac{28}{12} \Rightarrow$ تجزیه فیل و صفحان $\frac{(r+1)(r^2-r+1)}{r(1+r)} = \frac{7}{3}$

$\begin{cases} a_1 + a_1 r^3 = 28 \to a_1(1+r^3) \\ a_1 r + a_1 r^2 = 12 \to a_1 r(1+r) \end{cases}$

3 یا $\frac{1}{3} = r$

a_4 بزرگترین

۲۷ و ۹ و ۳ و ۱ (×۳ ×۳ ×۳)

اگر $r = \frac{1}{3}$ باشد a_1 بزرگترین جمله است و اگر $r = 3$ باشد a_4 بزرگترین جمله است

۲۷ و ۹ و ۳ و ۱ (×$\frac{1}{3}$ ×$\frac{1}{3}$ ×$\frac{1}{3}$)

۷

$a_1 \times a_2 \times a_3 = 27 \to a_1 \times a_3 = a_2^2 \to a_2^2 \times a_2 = a_2^3 = 27$

$a_1 + a_2 + a_3 = 13$

$a_2 = 3 \begin{cases} a_1 + a_3 = 10 \\ a_1 \times a_3 = 9 \end{cases} \to$ اگر دنباله صعودی باشد $a_1 = 1$ و $a_3 = 9$ / اگر دنباله نزولی باشد $a_1 = 9$ و $a_3 = 1$

۸

الف) $a_1 = 2 \quad r = 3$

مجموع n جمله اول $= S = \frac{2(3^n - 1)}{3 - 1} \to 2 \times \frac{3^{10} - 1}{3 - 1} = 3^{10} - 1$

ب) $\sqrt[4]{(2 \times 2 \times 3^9)^{10}} \Rightarrow 2^{10} \times 3^{45}$

۹

$a_1, a_1 q, a_1 q^2, \ldots$ $\quad q = q_{\text{جدید}}$

$a_1 - a_1 q, a_1 q - a_1 q^2, a_1 q^2 - a_1 q^3, \ldots$

فاکتور: $a_1(1-q), a_1 q(1-q), a_1 q^2(1-q)$

$\times q_{\text{جدید}}$ $\quad \times q_{\text{جدید}}$

۱۰

الف) $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n \quad \underline{+} \; S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \ldots + a_1$

$2S_n = (a_n + a_1) + (a_n + a_1) + \ldots + (a_n + a_1) \Rightarrow 2S_n = n(a_n + a_1)$

$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

ب) $S_n = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1} \xrightarrow{\times r} ar + ar^2 + ar^3 + \ldots + ar^n$

$\Rightarrow S_n \times r - S_n = ar^n - a = S_n(r-1) = a(r^n - 1)$

$S_n = a\frac{(r^n - 1)}{(r-1)}$