نام و نام خانوادگی ...محمدرضا اشراقی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۴... کلاس ...دهم ریاضی B...

۱

الف) $a_n = \frac{1}{۲}, ۱, ۲, \dots \Rightarrow q = ۲$ ($\times ۲ \times ۲$) $\quad a_{۱۰} = a_۱ \times q^۹ \Rightarrow \frac{1}{۲} \times ۲^۹ = ۲^۸ = \boxed{۲۵۶}$

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{a_۱ \times q^{۱۶}}{a_۱ \times q^{۱۲}} = q^۴ = ۲^۴ = \boxed{۱۶}$

ج) $\begin{cases} a_۴ = a_۱ q^۳ \\ a_{۱۰} = a_۱ q^۹ \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\underbrace{a_۴ \times a_{۱۰}}_{= a_۷ \times a_۷}} = a_۷ = a_۱ \times q^۶ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۲^۶ = ۲^۵ = \boxed{۳۲}$

د) $۱۲۸ = a_۱ \times q^{n-۱} \Rightarrow ۱۲۸ = \frac{۱}{۲} \times \cancel{q}^{n-۱} = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} \Rightarrow ۲^{n-۱} = ۲۵۶ \Rightarrow n-۱ = ۸ \Rightarrow n = \boxed{۹}$

۲

$\begin{cases} a_۸ = ۹۶ \\ a_۵ = ۱۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{a_۸}{a_۵} = q^۳ = ۸ \Rightarrow q = ۲$

$a_{۱۰} = a_۱ \times q^۹ = a_۸ \times q^۲ \Rightarrow ۹۶ \times ۴ = \boxed{۳۸۴}$

۳

الف) $a_۱ \times a_۲ \times a_۳ \times a_۴ \times a_۵ = ۲۴۳ \Rightarrow (a_۳)^۵ = ۲۴۳ \Rightarrow a_۳ = \boxed{۳}$

$a_۶ = a_۳ \times a_۳$

$a_۶ = a_۳ \times a_۳$

ب) $a_۱ \times a_۵ = a_۳ \times a_۳ = ۳ \times ۳ = \boxed{۹}$

۴

۲^a و $۴\sqrt{۲}$ و $۲^b \Rightarrow (۴\sqrt{۲})^۲ = ۲^a \times ۲^b \Rightarrow ۳۲ = ۲^{a+b} \Rightarrow a+b = ۵$

$(۴\sqrt{۲})^۲ = ۲^۵$

واسطه حسابی $= \frac{a+b}{۲} \Rightarrow \frac{۵}{۲} = \boxed{۲٫۵}$

۵

$a_{۱۱} \times a_۳ = a_۷ \times a_۷ \Rightarrow \underbrace{(x+۱)(۱-x)} = x^۲$

$a_۳ = ۱ - x$

$a_۷ = x$

$a_{۱۱} = x + ۱$

$۱ - x^۲ = x^۲ \Rightarrow ۲x^۲ = ۱$

$x^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow$ جواب $= \boxed{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$

$a_۲ + a_۳ = aq(۱+q) = ۱۲$

$a_۱ + a_۴ = a(۱+q^۳) = ۲۸$ } $\Rightarrow \frac{a(۱+q^۳)}{aq(q+۱)} = \frac{\overset{۷}{\cancel{۲۸}}}{\underset{۳}{\cancel{۱۲}}} = \frac{\cancel{(۱+q)}(۱-q+q^۲)}{q\cancel{(q+۱)}}$

$\Rightarrow \frac{۷}{۳} = \frac{(q^۲-q+۱)}{q} \Rightarrow ۷q = ۳q^۲ - ۳q + ۳ \Rightarrow ۳q^۲ - ۱۰q + ۳ = ۰ \Rightarrow q = \frac{۱۰ \pm \overset{۸}{\sqrt{۱۰۰-۳۶}}}{۶} = ۳ , \frac{۱}{۳}$

حالت اول: $q = ۳ \longrightarrow a = ۱ \Rightarrow a_n: ۱, ۳, ۹, ۲۷, \dots$

حالت دوم: $q = \frac{۱}{۳} \longrightarrow a = ۲۷ \Rightarrow a_n: ۲۷, ۹, ۳, ۱, \dots$ } $\Rightarrow$ در هر دو حالت ۲۷ بیشترین مقدار را دارد.

$a_۱ \times a_۲ \times a_۳ = ۲۷ \Rightarrow a_۲^۳ = ۲۷ \Rightarrow a_۲ = \boxed{۳}$

$a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۱۳ \Rightarrow a_۱ + a_۳ = ۱۰$

$۳q$

$\frac{a_۲}{q} + a_۲ + a_۲q = ۱۳ \Rightarrow \frac{۳}{q} + ۳ + ۳q = ۱۳ \Rightarrow \frac{۳q^۲ + ۳q + ۳}{q} = ۱۳$

$۳q^۲ - ۱۰q + ۳ = ۰$

$q = \frac{۱۰ \pm \sqrt{۱۰۰-۳۶}}{۶} \Rightarrow q = \frac{۱}{۳}$ و ۳

حالت اول: $q = \frac{۱}{۳} \Rightarrow a_۱ = ۹ \Rightarrow a_n = ۹, ۳, ۱$ ✓

حالت دوم: $q = ۳ \Rightarrow a_۱ = ۱ \Rightarrow a_n = ۱, ۳, ۹$ ✓

۷

$a_n = ۲ \xrightarrow[\times ۳]{} ۶ \xrightarrow[\times ۳]{} ۱۸, \dots$

الف) $S_{۱۰} = a_۱\left(\frac{q^n-۱}{q-۱}\right) \Rightarrow \cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{\cancel{۳-۱}}\right) = ۳^{۱۰} - ۱ = \boxed{۵۹۰۴۸}$

ب) $P_{۱۰} = \sqrt{(a_۱ \times a_{۱۰})^{۱۰}} = (a_۱ \times a_{۱۰})^۵ = (۲ \times ۲ \times ۳^۹)^۵ = \boxed{۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}}$

۸

اثبات:

$a_n = \frac{a}{q}, a, aq, aq^۲, aq^۳$

$\underbrace{a^۲ = a_۱ \times a_۳ \Rightarrow a^۲(q-۱)^۲ \Rightarrow \frac{a}{q}(q-۱) = a\cancel{q}(q-۱)}_{\text{برقرار است.}}$

$\frac{a}{q}(q-۱) \xrightarrow{\times q} a(q-۱) \xrightarrow{\times q} aq(q-۱) \xrightarrow{\times q} aq^۲(q-۱)$

۹

حسابی $a_n = a, a+d, a+۲d, a+۳d, \dots, a+(n-۱)d$

حسابی $S_n = a + a+d + a+۲d + \dots + a+(n-۱)d = na + (d + ۲d + \dots + (n-۱)d)$

$= na + (۱+۲+۳+\dots+(n-۱))d = na + \frac{\cancel{(n+۱)}(n-۱)}{۲}\, d = na + n\frac{n-۱}{۲}d$

$= \frac{n}{۲}(۲a + (n-۱)d)$

هندسی $a_n = a, aq, aq^۲, \dots, aq^{n-۱}$

هندسی $S_n = a + aq + aq^۲ + \dots + aq^{n-۱}$

طرفین $q\times \Rightarrow S_n q = aq + aq^۲ + aq^۳ + \dots aq^n$ ؛ $S_n - S_n q = a - q^n a = a(۱-q^n)$

$S_n(۱-q) = a(۱-q^n) \Rightarrow S_n = \frac{a(۱-q^n)}{(۱-q)} = a \times \frac{q^n-۱}{q-۱}$

۱۰