۲۰

نام و نام خانوادگی ...علیرضا ابن عشری... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۴... کلاس ...دهم B...

۱

الف) $a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow a_n = \frac{1}{2}\times(2)^{n-1} \xrightarrow{n=10} \frac{1}{2}\times(2)^{9} = 2^{8} = \boxed{256}$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{\cancel{a_1}\cdot \cancel{q^{16}}^{\,4}}{\cancel{a_1}\cdot \cancel{q^{12}}} = q^4 \xrightarrow{q=2} 2^4 = \boxed{16}$

ج) واسطه هندسی $= \sqrt{a_4 \cdot a_{10}} = \sqrt{a_1\cdot q^3 \cdot a_1\cdot q^9} = \sqrt{a_1^2 q^{12}} = |a_1\cdot q^6| \xrightarrow[q>0]{a_1>0} a_1 q^6 = a_7 = \frac{1}{2}\times(2)^{7-1}$

$= \frac{1}{2}\times 2^6 = \boxed{32}$

د) $128 = \frac{1}{2}\times(2)^{n-1} \Rightarrow 2^{n-1} = 256 \Rightarrow \boxed{n=9}$ جملهٔ ۹ ام

۲

۲

$\frac{a_8}{a_5} = \frac{a_1\cdot q^7}{a_1\cdot q^4} = q^3 = \frac{96}{12} = 8 \Rightarrow \boxed{q=2} \Rightarrow a_{10} = a_8\cdot q^2 = 96\times(2)^2 = \boxed{384}$

۲

۳

$\overbrace{a_1\times a_2\times a_3\times a_4\times a_5}^{a_3\times a_3} = 243 \Rightarrow (a_3)^5 = 243 \Rightarrow \boxed{a_3 = 3}$

$a_3\times a_3$

۲

$a_1\times a_5 = a_3\times a_3 \Rightarrow a_1\times a_5 = 3\times 3 = \boxed{9}$

۴

واسطهٔ هندسی $4\sqrt{2}$

$(\sqrt{32})^2 = 2^{a+b} \Rightarrow 32 = 2^{a+b} \Rightarrow \boxed{a+b=5} \rightarrow$ واسطهٔ حسابی b و a = میانگین b و a $= \frac{5}{2} = \boxed{2/5}$

۲

۵

$a_3 \xrightarrow{q^4} a_7 \xrightarrow{q^4} a_{11} \Rightarrow 1-x \;،\; x \;،\; x+1 \Rightarrow q^4 = \frac{x}{1-x} = \frac{x+1}{x}$

$\Rightarrow x^2 = \cancel{x} - x^2 + 1 - \cancel{x} \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x$ $\boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ ($q^4 \geq 0$) ، $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ غ ق ق

جملات فرد، هم علامت‌اند

۲

نام و نام خانوادگی ......علیرضا اثنی عشری...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۴... کلاس ...دهم B...

۶

$$a_1 + a_4 = 28 \Rightarrow \underbrace{a_1 + a_1 \cdot q^3}_{a_1(1+q^3)=28} = 28$$

$$a_2 + a_3 = 12 \Rightarrow \underbrace{a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2}_{a_1 q(1+q)=12} = 12$$

$$\div \Rightarrow \frac{\cancel{a_1}(1+q^3)}{\cancel{a_1} \cdot q(1+q)} = \frac{\cancel{28}\ \cancel{14}\ 7}{\cancel{12}\ \cancel{6}\ 3} \Rightarrow \quad (1+q)(1-q+q^2)$$

$$3q^2 - 3q + 3 = 7q \Rightarrow (q-1)(q-9)$$

$$3q^2 - 10q + 3 = 0 \xRightarrow{\text{روش روسی}} q^2 - 10q + 9 = 0 \Rightarrow \boxed{q = \frac{1}{3}},\ \boxed{q = \frac{9}{3} = 3}$$

$$q = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{a_1 = 27},\ a_2 = 9,\ a_3 = 3,\ a_4 = 1$$

$$q = 3 \Rightarrow a_1 = 1,\ a_2 = 3,\ a_3 = 9,\ \boxed{a_4 = 27}$$ بزرگترین عدد

جواب: بزرگترین عدد ۲۷

۲

۷

$$a_1 + a_2 + a_3 = 13 \xRightarrow{a_2 = 3} \frac{3}{q} + 3 + 3q = 13 \Rightarrow 3q + \frac{3}{q} - 10 = 0 \Rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0$$

$$a_1 \times a_2 \times a_3 = 27 \Rightarrow \frac{a_2}{q} \times a_2 \times a_2 \cdot q = 27 \Rightarrow a_2^3 = 27 \Rightarrow \boxed{a_2 = 3}$$

$q = \frac{1}{3}$ یا $q = 3$ ⇐ ۲ حالت :

$$q = \frac{1}{3} \Rightarrow a_1 = 9,\ a_2 = 3,\ a_3 = 1$$

$$q = 3 \Rightarrow a_1 = 1,\ a_2 = 3,\ a_3 = 9$$

۲

۸

الف) $a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 2 \times 3^{n-1}$

$$S_n = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1} = 2\left(\frac{3^{10} - 1}{3 - 1}\right) = \boxed{3^{10} - 1}$$

۲

ب) $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_{10} = a_1 \times a_1 \cdot q \times a_1 \cdot q^2 \times \cdots \times a_1 \cdot q^9 = (a_1)^{10} \times q^{9+8+7+\cdots+1} =$

$$(a_1)^{10} \times q^{\frac{9 \times 10}{2}\ (45)} \xrightarrow[q=3]{a_1 = 2} \text{ضرب ۱۰ جمله اول} = 2^{10} \times 3^{45}$$

۹

$$a_1,\ a_1 \cdot q,\ a_1 \cdot q^2,\ \cdots \Rightarrow \quad (\times q)\ (\times q)$$

$$\underbrace{a_1 - a_1 \cdot q}_{a_1(1-q)},\ \underbrace{a_1 \cdot q - a_1 \cdot q^2}_{a_1 q(1-q)},\ \underbrace{a_1 \cdot q^2 - a_1 \cdot q^3}_{a_1 \cdot q^2(1-q)} \Longrightarrow$$ قدر نسبت برحسب q = برابر ۱

$\times q$ $\times q$

۲

۱۰

الف) $a_1,\ a_1 + d,\ a_1 + 2d,\ \cdots,\ a_1 + (n-1)d = (a_1 + (n-1)d) + (a_1 + (n-2)d) + \cdots \Rightarrow$

$$2S_n = (a_1 + a_1 + (n-1)d) + (a_1 + d + a_1 + (n-2)d) + \cdots \Longrightarrow 2S_n = n(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\Longrightarrow S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

۲

ب)
$$\left.\begin{aligned} S_n &= a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{n-1} \\ qS_n &= aq + aq^2 + \cdots + aq^n \end{aligned}\right\} \Longrightarrow qS_n - S_n = (aq - a) + (aq^2 - aq) + \cdots + (aq^n - aq^{n-1})$$

$$\Longrightarrow S_n(q - 1) = \frac{aq^n - a}{\cdots} \longrightarrow S_n = a\left(\frac{q^{n-1}}{q-1}\right)$$

$\times q$ $\times q$

$a_1, a_1+d, a_1+۲d, \dots, a_1+(n-1)d = (a_1+(n-1)d)+(a_1+(n-۲)d)+\dots \Longrightarrow$ (الف

$۲S_n = (a_1+a_1+(n-1)d)+(a_1+d+a_1+(n-۲)d)+\dots \Longrightarrow ۲S_n = n(۲a_1+(n-1)d) \Longrightarrow$ ۱۰

$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_1+(n-1)d$

$S_n = a + aq + aq^۲ + \dots + aq^{n-1}$

$qS_n = aq + aq^۲ + \dots + aq^n$

$\Longrightarrow qS_n - S_n = (\cancel{aq} - a) + (\cancel{aq^۲} - \cancel{aq}) + \dots + (aq^n - \cancel{aq^{n-1}}) \Longrightarrow$ (ب

$S_n(q-1) = aq^n - a = a(q^n-1) \Longrightarrow S_n = a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$