نام و نام خانوادگی ...امیر سجاد مهدوی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۴ ... کلاس ...دهم تجربی...

۱

$a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots \Rightarrow t_n = \frac{1}{2}\times 2^{n-1}$

الف) $a_{10} = \frac{1}{2}\times 2^{9} = 2^{8} = 256$

ب) $\frac{aq^{16}}{aq^{12}} = q^{4} = 2^{4} = 16$

ج) $a_4 = 4$, $a_{10} = 256 \Rightarrow \sqrt{4\times 256} = 32$

د) $\frac{1}{2}\times 2^{n-1} = 128 \Rightarrow 2^{n-1} = 256 \Rightarrow n = 9$

۲

$\frac{aq^{7}}{aq^{4}} = q^{3} \Rightarrow \frac{96}{12} = q^{3} \Rightarrow q = 2 \Rightarrow t_{10} = t_{8}\times q^{2} = 96\times 4 = 384$

۳

الف) $a_1\times a_2\times a_3\times a_4\times a_5 = 243 = (a_1 . a_5)(a_2 . a_4) . a_3$ ، $(a_1 . a_5) = a_3^{2}$ ، $(a_2 . a_4) = (a_3)^{2}$

$\Rightarrow a_3\times (a_3)^{2}\times (a_3)^{2} = 243 \Rightarrow a_3 = 3$

ب) $a_1\times a_5 = a_3^{2} = 9$

۴

$2^{a}, 4\sqrt{2}, 2^{b}$

$32 = 2^{a} . 2^{b} \Rightarrow 2^{a+b} = 32$

$\Rightarrow 2^{a+b} = 2^{5} \Rightarrow a+b = 5 \overset{\text{واسطه حسابی}}{\Rightarrow} \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$

۵

$x^{2} = (x+1)(1-x) = x - x^{2} + 1 - x = 1 - x^{2}$

$x^{2} = 1 - x^{2} \Rightarrow 2x^{2} = 1 \Rightarrow x^{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

$a + aq^3 = 28 \qquad a(1+q^3) = 28$

$aq + aq^2 = 12 \qquad aq(1+q) = 12 \Rightarrow \frac{1+q^3}{q(1+q)} = \frac{7}{3} \Rightarrow \frac{(1+q)(1-q+q^2)}{q(1+q)} = \frac{7}{3}$

$\Rightarrow 7q = 3 - 3q + 3q^2 \Rightarrow 3 - 10q + 3q^2 = 0 \Rightarrow 9 - 10q + q^2 = 0 \Rightarrow (q-1)(q-9)$

$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} \\ 3 \end{cases}$

$\xrightarrow{q=3} a + a \cdot 27 = 28 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 1, 3, 9, 27$ ، بزرگترین جمله $\Rightarrow \boxed{27}$

$\xrightarrow{q=\frac{1}{3}} a + \frac{1}{27}a = 28 \Rightarrow a = 27 \Rightarrow 27, 9, 3, 1$

۷

$\frac{x}{q} \qquad x \qquad xq \Rightarrow x^3 = 27 \qquad x = 3$

$\frac{3 + 3q^2}{q} = 10 \Rightarrow 10q = 3 + 3q^2 \Rightarrow q = 3, \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \Rightarrow 1, 3, 9 \qquad 9, 3, 1$

۸

الف) $S_{10} = 2\left(\frac{3^{10}-1}{3-1}\right) = 2 \times \frac{3^{10}-1}{2} = 3^{10}-1$

ب) $t_{10} = 2 \times 3^9 \Rightarrow P_{10} = \sqrt{(2 \times 3^9 \times 2)^{10}} = (2^2 \times 3^9)^5$

۹

$a, aq, aq^2, aq^3 \Rightarrow a - aq, \; aq - aq^2, \; aq^2 - aq^3$

$\frac{aq - aq^2}{a - aq} = \frac{aq^2 - aq^3}{aq - aq^2} \Rightarrow \frac{aq(1-q)}{a(1-q)} = \frac{aq^2(1-q)}{aq(1-q)}$

$\Rightarrow q = q \Rightarrow$ دنباله هندسی است ⇐ چون نسبت دنباله تغییر نمی‌کند و برابر با q است

۱۰

الف) فرمول مجموع اعداد = $\frac{\text{جمله آخر} + \text{جمله اول}}{2} \times$ تعداد $\Rightarrow S_n = \frac{a_1 + a_1 + (n-1)d}{2} \times n$

$= \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \times n = \frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$

ب) $a_1q^{n-1} + a_1q^{n-2} + \dots + a_1q + a_1 = S_n \xrightarrow{\times q} a_1q^n + \underbrace{a_1q^{n-1} + \dots + aq^2 + aq}_{S_n - a_1} = q.S_n$

$\Rightarrow a_1q^n + S_n - a_1 = q.S_n \Rightarrow S_n(q-1) = a_1(q^n - 1)$

$\Rightarrow S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$