۱۹,۷۵

تکلیف ۱۴ — به نام خدا — ایلیا رمضانی دهم B

① $a_n = \frac{1}{۲} , ۱ , ۲ , ...$

الف) $an = \frac{1}{۲} \times ۲^{(n-1)} \to \frac{1}{۲} \times ۲^{۹} = ۲^{۸} = \boxed{۲۵۶}$ ✓

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{aq^{۱۶}}{aq^{۱۲}} = q^{۴} \to ۲^{۴} = \boxed{۱۶}$ ✓

②

ج) $b^{۲} = ac \to b^{۲} = a_{۴} \times a_{۱۰} = ۲^{۸} . ۲^{۲} = ۲^{۱۰} \to b^{۲} = ۲^{۱۰}$

$\to b = \boxed{۲^{۵}} = \boxed{۳۲}$ ✓

$a_{۴} = \frac{1}{۲} \, ۲^{۳} = ۲^{۲} \quad a_{۱۰} = \frac{1}{۲} \, ۲^{۹} = ۲^{۸}$

د) $۱۲۸ = \frac{1}{۲} \times ۲^{(n-1)} \to ۲۵۶ = ۲^{(n-1)} \to ۲^{۸} = ۲^{n-1} \to n = \boxed{۹}$ ✓

---

② $q^{m-n} = \frac{a_m}{a_n} \to \frac{a_۸}{a_۵} = q^{۳} \to q^{۳} = \frac{۹۶}{۱۶} \to q^{۳} = ۲^{۳} \Rightarrow q = ۲$

②

$a_۸ \times q^{۲} = a_{۱۰} \to a_{۱۰} = ۹۶ \times ۲^{۲} = \boxed{۳۸۴}$ ✓

---

③ $P_n = (\text{[illegible]})^{n}$

الف) $a_۱ \times a_۲ \times a_۳ \times a_۴ \times a_۵ = ۲۴۳ \to a_۳^{۵} = ۲۴۳ \to a_۳ = \boxed{۳}$ ✓

ب) $a_۱ \times a_۵ = a_۲ \times a_۴ \to a_۱ \times a_۵ = \boxed{۹}$ ✓

②

④

$۲^a , ۴\sqrt{۲} , ۲^b$

$b^۲ = ac \to (۴\sqrt{۲})^۲ = (\sqrt{۳۲})^۲ = ۲^{a+b} \to ۲^۵ = ۲^{a+b} \to a+b = ۵$

②

$a \underset{d}{,} x \underset{d}{,} b \to x = \frac{a+b}{۲} \to x = \boxed{۲/۵}$ ✓

---

⑤ فقط مقدار ⊕ قابل قبول است زیرا به ازای $x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$a_۳ = aq^۲ = ۱ - x$

$a_۷ = aq^۶ = x$ $\qquad a_۳ \times a_{۱۱} = a_۷ \times a_۷$

جملات فرد باهم غیرهم علامت می‌شوند

$a_{۱۱} = aq^{۱۰} = x + ۱$ $\qquad \to (۱-x)(۱+x) = x^۲$

$\to ۱ - x^۲ = x^۲ \to ۲x^۲ = ۱$

$\to x^۲ = \frac{۱}{۲}$ $\begin{cases} x = \boxed{\frac{۱}{\sqrt{۲}}} \\ x = \boxed{-\frac{۱}{\sqrt{۲}}} \end{cases}$

غلط

$x = \boxed{\pm \frac{\sqrt{۲}}{۲}}$ ✓

۱/۷۵

---

⑥

$a_۱ + a_۴ = a + aq^۳ = ۲۸ \to a(۱+q^۳) = ۲۸$

$a_۲ + a_۳ = aq + aq^۲ = ۱۲ \to aq(۱+q) = ۱۲$

$\frac{a_۱ + a_۴}{a_۲ + a_۳} = \frac{۲۸}{۱۲} \to \frac{\cancel{a}(۱+q^۳)}{\cancel{a}q(۱+q)} = \frac{۷}{۳} \to \frac{\cancel{(q+۱)}(q^۲ - q + ۱)}{q\cancel{(۱+q)}} = \frac{۷}{۳}$

$\to ۳q^۲ - ۳q + ۳ = ۷q \to ۳q^۲ - ۱۰q + ۳ = ۰$

$\xrightarrow{\text{روسی}} q^۲ - ۱۰q + ۹ = ۰ \to (q-۹)(q-۱) \to q \begin{cases} q = \frac{۹}{۳} = ۳ \\ q = \frac{۱}{۳} \end{cases}$

$\to a_۱ + a_۴ = ۲۸ \to a_۱ + a_۱q^۳ = ۲۸ \to \begin{cases} a_۱ = ۱ \\ a_۱ = ۲۷ \end{cases}$

④

$۱ , ۳ , ۹ , \boxed{۲۷}$ یا $\boxed{۲۷} , ۹ , ۳ , ۱$ ✓

۷

$$a \cdot aq \cdot aq^{۲} = a^{۳}q^{۳} = ۲۷ \Rightarrow aq = ۳ \rightarrow a = \frac{۳}{q}$$

$$a + aq + aq^{۲} = ۱۳ \longrightarrow a(۱ + q + q^{۲}) = ۱۳$$

$$\longrightarrow \frac{۳}{q}(۱+q+q^{۲}) = ۱۳ \rightarrow ۳(۱+q+q^{۲}) = ۱۳q$$

$$\longrightarrow ۳q^{۲} + ۳q + ۳ = ۱۳q \rightarrow ۳q^{۲} - ۱۰q + ۳ = ۰$$

$$\longrightarrow q^{۲} - ۱۰q + ۹ = ۰ \longrightarrow (q-۱)(q-۹)$$

۲

$$\longrightarrow \begin{cases} q = \frac{۱}{۳} \\ q = \frac{۹}{۳} = ۳ \end{cases}$$ ✓

$$\longrightarrow \boxed{۱}, ۳, \boxed{۹}$$ یا ✓ $$\boxed{۹}, ۳, \boxed{۱}$$

۸

$$a_n = ۲, ۶, ۱۸, \dots \qquad a_n = aq^{n-1} = ۲ \times ۳^{n-1}$$

$$\times ۳ \quad \times ۳$$

۲

$$S_n = a\left(\frac{q^n - ۱}{q - ۱}\right) \rightarrow S_{۱۰} = \cancel{۲}\,\frac{۳^{۱۰} - ۱}{\cancel{۳ - ۱}} = \boxed{۳^{۱۰} - ۱}$$ ✓ الف)

$$P_n = (a_۱ \times a_n)^{\frac{n}{۲}} \rightarrow P_{۱۰} = (۲ \times \underbrace{۲ \times ۳^{۹}}_{a_{۱۰} = ۲ \times ۳^{۹}})^{۵} = \boxed{۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}}$$ ✓ ب)

۹

$$a - aq \,,\; aq - aq^{۲} \,,\; aq^{۲} - aq^{۳}$$

$$(aq - aq^{۲})^{۲} = (a - aq)(aq^{۲} - aq^{۳})$$

Date :

Subject :

۲

$(aq - aq^{۲})^{۲} = (a - aq)(aq^{۲} - aq^{۳})$

$\rightarrow \cancel{a^{۲}}(q - q^{۲})^{۲} = \cancel{a^{۲}}(1 - q)(q^{۲} - q^{۳})$

$\rightarrow q^{۲} + q^{۴} - ۲q^{۳} = q^{۲} - q^{۳} - q^{۳} + q^{۴}$

$\rightarrow q^{۲} + q^{۴} - ۲q^{۳} = q^{۲} + q^{۴} - ۲q^{۳}$ ✓

$a - aq$ ، $aq - aq^{۲}$ ، $aq^{۲} - aq^{۳}$ ✓

$\rightarrow a(1 - q)$ ، $a(q - q^{۲})$ ، $a(q^{۲} - q^{۳})$

$\times q \qquad \times q$

$q = \boxed{q}$ [illegible]

۱۵

الف)

$S_n = \frac{n}{۲}(۲a + (n-1)d)$

$\overbrace{a_1 , \overbrace{a_{۲} , \overbrace{a_{۳} , \dots , a_{n-۲}} , a_{n-1}} , a_n}$

$a_1 + a_n = a_{۲} + a_{n-1} = a_{۳} + a_{n-۲}$ ✓

$S_n = (a_1 + a_n)\frac{n}{۲} \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} S_n = \frac{n}{۲}(a_1 + a_1 + (n-1)d)$

$\rightarrow S_n = \frac{n}{۲}(۲a_1 + (n-1)d)$

۲

Date : Subject :

$$S_n = \alpha\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$$

$$\alpha , \alpha q^{۲} , \alpha q^{۳} , \dots , \alpha q^{(n-1)}$$

$$S_n = \alpha + \alpha q^{۲} + \alpha q^{۳} + \dots + \alpha q^{(n-1)} \quad \times q$$

$$\times q \quad qS_n = \alpha q + \alpha q^{۳} + \alpha q^{۴} + \dots + \alpha q^n$$

$$S_n - qS_n = \alpha - \alpha q^n \to S_n(1-q) = \alpha(1-q^n)$$

$$\to S_n = \frac{\alpha(1-q^n)}{(1-q)} = S_n = \alpha\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$$