(طاهاصغری) (به نام خداوند مهربان)

۱- $a_n = \frac{1}{2} \cdot 2^{n-1}$ $\quad$ $a_n = \frac{1}{2}, 1, 2$ (×۲)

الف) $\frac{1}{2} \times 2^9 = 256$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = q^4 \rightarrow 2^4 = 16$

ج) $\sqrt{4 \times 256} = 32$

د) (جمله ۹ام) $\frac{1}{2} \cdot 2^8 = 128$

۲- $a_d = 12$

$a_8 = 96$

$q^3 = \frac{96}{12} = 8$ $\quad$ $q = 2$

$a_1 = 12 \div 2^4 = 0/75 = \frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, 3, 6, 12, \ldots$

۳-

$a_1 \times a_6 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = 243$ (۹)

الف) $a_3 = 3$

ب) $a_1 \times a_5 = 9$

$a_1 \times a_5 = a_2 \times a_4 = a_3 \times a_3$ (۹ و ۹ و ۳)

$(a_3)^5 = 243 \rightarrow (a_3)^n = 243$

$a_3 = 3$

۴-

$a+b = 5$ $\quad$ $2^{a+b} = 32$

$\frac{4\sqrt{2}}{2^b} = \frac{2^a}{4\sqrt{2}}$

$\frac{a}{2} = 2/5$

۹.

$t_۳ \quad t_{۷} \quad t_{۱۱}$

$۱-x \quad x \quad x+۱$

$t_۷ - t_۳ = t_{۱۱} - t_۷ \qquad (x+۱)(۱-x)$

$x + x - ۱ = x + ۱ - x \longrightarrow$ ~~$x - x^۲ + ۱ - x$~~

$۲x - ۱ = ۱$

$۲x = ۲ \longrightarrow x = ۱$

۵.

$t_۳ , t_۷ , t_{۱۱}$

$۱-x , x , x+۱$

$\frac{t_۷}{t_۳} = \frac{t_{۱۱}}{t_۷} \longrightarrow \frac{x}{۱-x} = \frac{x+۱}{x}$

$x^۲ = ۱ - x^۲ \longrightarrow ۲x^۲ = ۱ \qquad x^۲ = \frac{۱}{۲}$

$x = \pm \sqrt{\frac{۱}{۲}} = \pm \frac{۱}{\sqrt{۲}}$

۶.

$a_۱ + a_۱ . q^۳ = ۲۸$

$a_۱ . q + a_۱ . q^۲ = ۱۲$

$\frac{a_۱(۱+q^۳)}{a_۱(q+q^۲)} = \frac{۲۸}{۱۲} \qquad ۳ + ۳q^۳ = ۷q + ۷q^۲$

$q = ۳$

$a_۱ + ۲۷ a_۱ = ۲۸ \qquad a_۱ = ۱$

$a_۱ . q^۳ = ۱ \times ۲۷ = ۲۷ = t_۴$

۷.

$\frac{a_2}{r}$ $\quad a_{2r}$

$a_1 \times a_2 \times a_3 = 27$

$a_1 + a_2 + a_3 = 13$

$\frac{a_2}{r} \times a_2 \times a_{2r} = 27$ ⟵ $a_2 = 3$

$a_1 + a_3 = 10 = \frac{a_2}{r} + a_{2r} = 10$

$\frac{a_2}{r} = y$ $\quad y + yr^2 = 10$

$yr^2 + y - 10 = 0$

$\Delta = y^2 + 40y \Rightarrow 0 \longrightarrow y = -40$

$\left(-\frac{3}{40}, 3, -120\right)$

$a_1 \quad a_2 \quad a_3$

۸.

$S = a_1\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right) \longrightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{3^{10} - 1}{2}\right)$

(الف) $= \left(1 - 3^{10}\right)$

(ب) ⟵

$a_1 \cdot a_1 q \cdot a_1 q^2 \cdot a_1 q^3 \cdots =$

$\left(a_1^{10} \cdot q^{45} = 2^{10} \cdot 3^{45}\right)$

۹- $(a_1)\ (a_2)\ (a_3)\ (a_4)$

$x - xy - xy^2 - xy^3 \dots$

$x - xy\ ,\ xy - xy^2\ ,\ xy^2 - xy^3\ ,\ \dots$

$x(1-y)\ ,\ xy(1-y)\ ,\ xy^2(1-y)\ ,\ \dots$

$\frac{xy(1-y)}{x(1-y)} = \frac{xy^2(1-y)}{xy(1-y)}$ اثبات $\boxed{y = y}$

$\boxed{(q = y)}$

$\left(\frac{a_1 \cdot q}{a_1} = \frac{a_1 \cdot q^2}{a_1 \cdot q}\right)$

۱۰- الف ←

$a_1 + a_{1+d} + a_{1+2d} + a_{1+3d} \dots$

$n \times a_1 + d \times (n-1)\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{n}{2}\left(2a_1 + d(n-1)\right)$

ب ←

$S_n = a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + a_1 \cdot q^4 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1}$ $\times q$

$S_n \times q = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^n$

$S_n - S_n q = a_1 - a_1 q^n$

$S_n(1-q) = a_1(1-q^n)$

$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{(1-q)} = a_1 \frac{(q^n - 1)}{(q-1)}$