اروین ریاضی پور — تکلیف شماره ۱۵

۱

الف) $a_n = \frac{1}{2} \times 2^{n-1}$

$a_{10} = \frac{1}{2} \times 2^9 = \boxed{256}$

ب) $\frac{aq^{16}}{aq^{12}} = q^4 \Rightarrow 2^4 = \boxed{16}$

ج)

د) $2^{-1} \times 2^{n-1} = 128$

$2^{n-1} = 256 = 2^8$

$n-1 = 8 \quad \boxed{n=9}$

۲

$\frac{aq^{7}}{aq^{4}} = q^3 = 8 \Rightarrow \boxed{q=2}$

$16a = 12 \Rightarrow \boxed{a = \frac{3}{4}}$

$a_{10} = aq^9 = \frac{3}{4} \times 2^9 = 3 \times 2^7 = \boxed{384}$

۳

$a^5 q^{10} = 243 \Rightarrow aq^2 = \boxed{a_3 = 3}$

$a_1 a_5 = a_3^2 \Rightarrow 3^2 = 9$

۴

$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 32 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b = 5$

میانگین a و b = واسطه $\Rightarrow \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2}$

۵

$(1-x)(1+x) = x^2$

$x^2 = 1 - x^2$

$2x^2 = 1$

$x^2 = \frac{1}{2}$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{-\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

$a+ar^{۳}=۲۸ \Rightarrow a(1+r^{۳})=۲۸ \Rightarrow a=\frac{۲۸}{1+r^{۳}}$

$ar+ar^{۲}=۱۲ \Rightarrow ar(1+r)=۱۲ \Rightarrow a=\frac{۱۲}{r(1+r)}$ $\Rightarrow \frac{۱۲}{r(1+r)}(1+r^{۳})=۲۸$

$\frac{۱۲(1+r^{۳})}{r(1+r)}=۲۸ \Rightarrow ۱۲(1+r^{۳})=۲۸r(1+r) \Rightarrow ۱۲+۱۲r^{۳}=۲۸r+۲۸r^{۲}$ ۶

$۱۲r^{۳}-۲۸r^{۲}-۲۸r+۱۲=۰ \xRightarrow{\div ۴} ۳r^{۳}-۷r^{۲}-۷r+۳=۰ \Rightarrow r=۳ \Rightarrow ۳(۲۷)-۷(۹)-۷(۳)+۳=۰$

$a=\frac{۱۲}{۱۲}=۱ \Rightarrow a_1,a_2,a_3,a_4=۱\quad ۳\quad ۹\quad ۲۷$ آخرین: ۲۷

$P_۳=۲۷ \Rightarrow t_۲^{۳}=۳^{۳} \Rightarrow aq=۳ \Rightarrow a=\frac{۳}{q}$

$S_۳=a+aq+aq^{۲} \Rightarrow \frac{۳}{q}(1+q+q^{۲}) \xRightarrow{\times q} q=\frac{۱۰\pm\sqrt{۶۴}}{۶}=\frac{۱۰\pm ۸}{۶}$ ✓

$\Rightarrow q=۳,\ \frac{۱}{۳}$

$۱۳q=۳+۳q+۳q^{۲} \Rightarrow ۳q^{۲}-۱۰q+۳=۰$

$a=\frac{۳}{q} \Rightarrow ۱:\ q=۳ \Rightarrow a=۱ \Rightarrow ۱,۳,۹ \qquad ۲:\ q=\frac{۱}{۳} \Rightarrow a=۹ \Rightarrow ۹,۳,۱$

$a_n=۲,۶,۱۸,\dots \qquad a_n=۲\times ۳^{n-1}$

$S_n=\frac{۲\times(۳^{۱۰}-۱)}{۳-۱}=۳^{۱۰}-۱$ الف)

$P_n=\sqrt{(۲\times ۲\times ۳^{۹})^{۱۰}} \Rightarrow \sqrt{(۲^{۲۰}\times ۳^{۹۰})}=۲^{۱۰}\times ۳^{۴۵}$ ب) ۸

$a_{۱۰}=۲\times ۳^{۹}$

$a_n=a,\ aq,\ aq^{۲},\ aq^{۳},\dots$

$\left.\begin{array}{l} b_1=aq-a=a(q-1) \\ b_2=aq^{۲}-aq=aq(q-1) \\ b_3=aq^{۳}-aq^{۲}=aq^{۲}(q-1) \end{array}\right\} \Rightarrow a(q-1),\ aq(q-1),\ aq^{۲}(q-1),\dots$ ۹

$\frac{b_2}{b_1}=\frac{aq(q-1)}{a(q-1)}=q$

$S_n=a+aq+aq^{۲}+aq^{۳}+\dots+aq^{n-1} \xRightarrow{\times q} S_nq=aq+aq^{۲}+aq^{۳}+\dots+aq^{n}$ ب

$S_n-S_nq=a_1-aq^{n} \Rightarrow S_n=(1-q) \Rightarrow a_1=(1-q) \Rightarrow S_n=\frac{a(q^{n}-1)}{q-1} \qquad S_n=\frac{a(1-q^{n})}{1-q}$ ۱۰

$S=a+(a+d)+\dots+(a+(n-1)d) \qquad S=(a+(n-1)d)+(a+(n-2)d)+\dots+a$ الف)

$۲S=(۲a+(n-1)d)+(۲a+(n-1)d)+\dots+(۲a+(n-1)d)$

$\Rightarrow S=\frac{n}{۲}(۲a+(n-1)d)$