اردوین ریاضی پور ۱۴/۲۵ تکلیف شماره ۱۵

۱

الف) $a_n = \frac{1}{2}\times 2^{n-1}$

$a_{10} = \frac{1}{2}\times 2^{9} = \boxed{256}$

ب) $\frac{aq^{16}}{aq^{12}} = q^{4} \Rightarrow 2^{4} = \boxed{16}$

ج) $b^2 = ac \to a_4 \times a_{10} = (a_n)^2$

$n = 7$

$\to \boxed{a_7 = 32}$

د) $2^{-1}\times 2^{n-1} = 128$

$2^{n-1} = 256 = 2^{8}$

$n-1 = 8 \quad \boxed{n=9}$

۱/۵

۲

$\frac{aq^{7}}{aq^{4}} = q^{3} = 8 \Rightarrow \boxed{q=2}$

$16a = 12 \Rightarrow \boxed{a = \frac{3}{4}}$

$a_{10} = aq^{9} = \frac{3}{4}\times 2^{9} = 3\times 2^{7} = \boxed{384}$

۲

۳

$a^{5}q^{10} = 243 \Rightarrow aq^{2} = \boxed{a_3 = 3}$

$a_1 a_5 = a_3^{2} \Rightarrow 3^{2} = 9$

۲

٤

$(4\sqrt{2})^{2} = 2^{a}\times 2^{b} \Rightarrow 32 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b = 5$

میانگین b ,a = واسطه $\Rightarrow \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2}$

۲

۵

۱/۷۵

$(1-x)(1+x) = x^{2}$

$x^{2} = 1 - x^{2}$

$2x^{2} = 1$

$x^{2} = \frac{1}{2}$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

فقط حالت ⊕ قابل قبول است زیرا به ازای $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
جملات فرد غیر هم علامت می‌شوند

$a+ar^۳=۲۸ \Rightarrow a(1+r^۳)=۲۸ \Rightarrow a=\frac{۲۸}{1+r^۳}$

$ar+ar^۲=۱۲ \Rightarrow ar(1+r)=۱۲ \Rightarrow a=\frac{۱۲}{r(1+r)}$ $\Rightarrow \frac{۱۲}{r(1+r)}(1+r^۳)=۲۸$

$\frac{۱۲(1+r^۳)}{r(1+r)}=۲۸ \Rightarrow ۱۲(1+r^۳)=۲۸r(1+r) \Rightarrow ۱۲+۱۲r^۳=۲۸r+۲۸r^۲$ ۶

$۱۲r^۳-۲۸r^۲-۲۸r+۱۲=0 \xrightarrow{\div ۴} ۳r^۳-۷r^۲-۷r+۳=0 \Rightarrow r=۳ \Rightarrow ۳(۲۷)-۷(۹)-۷(۳)+۳=0$

$a=\frac{۱۲}{۱۲}=۱ \rightarrow a_1, a_2, a_3, a_4 = ۱ \quad ۳ \quad ۹ \quad ۲۷$ ۲۷ آخرین.

۲

$P_۳=۲۷ \Rightarrow t_۲^۳=۳^۳ \Rightarrow aq=۳ \Rightarrow a=\frac{۳}{q}$

$S_۳=a+aq+aq^۲ \Rightarrow \frac{۳}{q}(1+q+q^۲) \xrightarrow{\times q} q=\frac{۱۰\pm\sqrt{۶۴}}{۶}=\frac{۱۰\pm۸}{۶}$ ۷

$\Rightarrow q=۳, \frac{1}{۳}$

$۱۳q=۳+۳q+۳q^۲ \Rightarrow ۳q^۲-۱۰q+۳=0$

$a=\frac{۳}{q} \Rightarrow ۱: q=۳ \Rightarrow a=۳ \Rightarrow ۱,۳,۹ \qquad ۲: q=\frac{1}{۳} \Rightarrow a=۹ \Rightarrow ۹,۳,۱$

۲

$a_n=۲,۶,۱۸,\dots \qquad a_n=۲\times۳^{n-1}$

$S_n=\frac{۲\times(۳^{۱۰}-1)}{۳-1}=۳^{۱۰}-1$ الف)

$P_n=\sqrt{(۲\times۲\times۳^۹)^{۱۰}} \Rightarrow \sqrt{(۲^{۲۰}\times۳^{۹۰})}=۲^{۱۰}\times۳^{۴۵}$ ب) ۸

$a_{10}=۲\times۳^۹$

۲

$a_n=a, aq, aq^۲, aq^۳, \dots$

$$\left.\begin{array}{l} b_1=aq-a=a(q-1) \\ b_2=aq^۲-aq=aq(q-1) \\ b_3=aq^۳-aq^۲=aq^۲(q-1) \end{array}\right\} \Rightarrow a(q-1), aq(q-1), aq^۲(q-1), \dots$$ ۹

$\frac{b_2}{b_1}=\frac{aq(q-1)}{a(q-1)}=q$

۲

ب) $S_n=a+aq+aq^۲+aq^۳+\dots+aq^{n-1} \xrightarrow{\times q} S_nq=aq+aq^۲+aq^۳+\dots+aq^n$

$S_n-S_nq=a_1-aq^n \Rightarrow S_n=(1-q) \Rightarrow a_1=(1-q) \Rightarrow S_n=\frac{a(q^n-1)}{q-1} \qquad S_n=\frac{a(1-q^n)}{1-q}$ ۱۰

الف) $S=a+(a+d)+\dots+(a+(n-1)d) \qquad S=(a+(n-1)d)+(a+(n-2)d)+\dots+a$

$۲S=(۲a+(n-1)d)+(۲a+(n-1)d)+\dots+(۲a+(n-1)d)$

$\Rightarrow S=\frac{n}{۲}(۲a+(n-1)d)$

۲