حمیدی روحی

(1)

$t_1 = 40$, $t_4 = 61$, $t_n = 208$, $n = ?$

$t_4 = t_1 + 3d \to 61 = 40 + 3d \to 3d = 21$, $d = 7$

$a_n = 7n + 33$

$a_n = 7n + 33 = 208$

$7n = 175$ $\boxed{n = 25}$

---

(2)

$101 \leq 7n + 3 \leq 997$ $a_n = 7n + 3$

$\frac{997 - 101}{7} + 1 = 128 + 1 = \boxed{129}$

---

(3)

$a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} = -6n + 12 \xrightarrow{n=0} a_1 + \cancel{a_2} + \cancel{a_3} = 12$

$-(\cancel{a_2} + \cancel{a_3} + a_4) = 6$

$a_1 - a_4 = 6$

$a_1 - a_1 - 3d = 6 \to 3d = -6 \to \boxed{d = -2}$

$a_1 + a_2 + a_3 = 12 \to a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 12$

$3a_1 + \underbrace{3d}_{} = 12$

$3a_1 - 6 = 12 \to a_1 = 6$

$a_n = -2n + 8$

$a_{12} + a_8 = ? \to \begin{cases} -2(8) + 8 = -8 \\ -2(12) + 8 = -16 \end{cases}$ $-16 - 8 = \boxed{-24}$

---

(4)

$a_8 = \frac{a_3 + a_{13}}{2} \to 2a_8 = a_3 + a_{13}$

$2(2^n + 1) = (2^n - 1) + (2^{2n} - 3)$

$\Rightarrow 2^{n+2} = 2^{2n} + 2^n - 4$

$\to 2^n = y$

$4y = y^2 + y - 4 \to y^2 - 3y - 4 = 0 \to (y - 4)(y + 1) = 0 \to y = 4 = 2^n \to \boxed{n = 2}$

$2^2 - 1 + 2^3 + 2^4 - 3 =$

$4 - 1 + 8 + 16 - 3 = \boxed{24}$

---

(5)

$a_{12} - a_{10} = 5 \to a_{10} - a_{10} + 2d = 5$

$2d = 5$

$\boxed{d = 2.5}$

$a_{12} + a_{10} = 2a_1 + \underbrace{20d}_{\substack{20(2.5) \\ 50}} = 25$

$2a_1 = -25$

$a_1 = -12.5$

$a_{21} = \underbrace{a_1}_{-12.5} + \underbrace{20d}_{50} \Rightarrow -12.5 + 50 = \boxed{37.5}$

(۶) $S_۵ = ۵(a+۲d)$

$S_{اولی} = ۵(a+۷d)$

$۵(a+۲d) = \frac{1}{۳} \times ۵(a+۷d)$

$۱۵(a+۲d) = ۵(a+۷d)$

$۳(a+۲d) = (a+۷d)$

$۳a+۶d = a+۷d$

$۲a = d$

$a_۲ = a+d$

$a_۱ = a$

$\frac{a+۲a}{a} = \boxed{۳}$

---

(۷) $t_n = t_{n-۳} + ۱۵$

$t_۵ = t_۲ + ۱۵ \rightarrow t_۵ = t_۲ + ۳d$

$\boxed{d = ۵}$

$(t_۹^۲ - t_۵^۲) \rightarrow \underbrace{(t_۹ + t_۵)}_{۲t_۵+۲۰}\underbrace{(t_۹ - t_۵)}_{۲۰}$

$t_۷ = t_۵ + \cancel{۳d}_{۱۰}$

$\frac{(۲t_۵+۲۰)(۲۰)}{t_۵+۱۰} = \frac{۴۰t_۵+۴۰۰}{t_۵+۱۰} = \frac{۴۰\cancel{(t_۵+۱۰)}}{\cancel{t_۵+۱۰}} = \boxed{۴۰}$

---

(۸) $\frac{\cancel{۲}+۵\sqrt{۳}-\cancel{۲}+۱۲\sqrt{۳}}{۱۳} = \frac{\cancel{۱۳}\sqrt{۳}}{\cancel{۱۳}} = \boxed{\sqrt{۳}}$

$\frac{آخری - اولی}{واسطه + ۱} = d$

---

(۹) $\frac{آخری - اولی}{واسطه + ۱} = d$

$n+۱$ جمله $= n$ واسطه $\rightarrow a_{n+1} = (a_1) + nd$

$a_{n+1} = ۲۴ \; dn$

$(a = n(\frac{۱۵}{۲n-۱})) \times ۲n-۱$

$۹(۲n-۱) = ۱۵n$

$۱۸n - ۹ = ۱۵n$

$۳n = ۹ \rightarrow \boxed{n = ۳}$

تعداد کل جملات $= ۴n-۳+۲ = ۴n-۱$

$a_۱ = ۲ \qquad a_{۴n-۱} = ۳۲$

$a_{۴n-۱} = a_۱ + (۴n-۲)d \rightarrow ۳۲ = ۲ + (۴(۴)d) \rightarrow ۳۰ = (۴n-۲)d$

$d = \frac{۱۵}{۲n-۱}$

$a_k = a_۱ + (k-۱)d$

$a_n + a_{n+۴} = a_۳ + a_{۱۲}$

$(a_۱ + (n-۱)d) + (a_۱ + (n+۳)d) = a_۱ + ۲d + a_۱ + ۱۱d$

$۲a_۱ + ۲nd + ۲d = ۲a_۱ + ۱۸$

$(۲+۲)d - ۱۸d =$

$۲n + ۲ = ۱۸$

$n = ۸$

$a_k = ۰ \rightarrow a_۱ + (k-۱)d = ۰$

$a_۱ = -d$

$-d + (k-۱)d = ۰ \quad \boxed{k = ۲}$

$(k-۲)d = ۰$

$a_۱ + ۲d =$

$\frac{۳a_۱ + ۹d}{a_۱ = -d}$

$n = ۸ \rightarrow a_n = ۳a_{\frac{k}{۲}}$

$a_۸ = ۳a_۴$

$a_n = a_۱ + ۷d \qquad a_۴ = a_۱ + ۳d$