نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

$t_n = n^2 + \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow t_{10} = 100 + 45 = \boxed{145}$

n^2 ↓ , $\frac{n(n-1)}{2}$ ↓

۲

$t_n = an^2 + bn + c = \frac{1}{2}n^2 + bn \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2}\times 1^2 + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow t_n = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n \Rightarrow 55 = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n \Rightarrow n = \boxed{11}$

۳

$t_{\text{جمعه}} = 8n - 3 \Rightarrow t_{11} = 8(11) - 3 = 88 - 3 = \boxed{85}$

$t_{\text{شنبه}} = 4n + 1 \Rightarrow t_{11} = 4(11) + 1 = 44 + 1 = \boxed{45}$

۴

$a_n = \frac{(-1)^n}{n}$

$\rightarrow$ کوچکترین: $\frac{(-1)^n}{n} \xrightarrow{n=1} \frac{(-1)^1}{1} = -\frac{1}{1} = -1$

$\rightarrow$ بزرگترین: $\frac{(-1)^n}{n} \xrightarrow{n=2} \frac{(-1)^2}{2} = \frac{1}{2}$

$\xrightarrow{\text{اختلاف}} \frac{1}{2} - (-1) = \frac{1}{2} + 1 = \boxed{1\frac{1}{2} = 1/5}$

۵

$b_3 = a_k \Rightarrow (-3)^2 - 7(3) = -5k + 22 \Rightarrow -27 - 21 = -5k + 22 \Rightarrow -48 - 22 = -5k$

$\Rightarrow -70 = -5k \Rightarrow \frac{70}{5} = k \Rightarrow \boxed{k = 14}$

۶

$t_n = an + c$

$|t_۷ - t_{۱۰}| = ۱۲ \Rightarrow |a\times ۷ + c - (a\times ۱۰ + c)| = ۱۲ \Rightarrow |a\times ۷ + c - a\times ۱۰ - c| = ۱۲ \Rightarrow |-۳a| = ۱۲ \Rightarrow ۳a = \pm ۱۲ \Rightarrow a = \pm ۴$

$|t_۶ - t_۱| = |\pm ۲۴ + c - (\pm ۴ + c)| = |\pm ۲۴ + c \mp ۴ - c| = |\pm ۲۴ \pm ۴| \begin{cases} + & |۲۴+۴| = \boxed{۲۸} \\ - & |۲۴-۴| = ۲۸ \end{cases}$

۷

$d = \frac{t_m - t_n}{m-n} = \frac{۱۵-۷}{۴-۲} = \frac{۸}{۲} = ۴ \rightarrow t_۲ = ۲(۴) + c = ۷ \Rightarrow ۸ + c = ۷ \Rightarrow c = -۱$

$t_۲ = ۴(۲) - ۱ = ۱۱ = b_۲$
$t_۱ = ۴(۱) - ۱ = ۳ = b_۱$
$\Rightarrow d = \frac{۱۱-۳}{۲-۱} = \frac{۸}{۱} = ۸ \Rightarrow b_n = ۸n + c \rightarrow b_۱ = ۸(۱) + c = ۳ \Rightarrow ۸ + c = ۳$

$\Rightarrow c = -۵ \Rightarrow \boxed{b_n = ۸n - ۵} \rightarrow \boxed{۳, ۱۱, ۱۹, ۲۷, \dots}$

۸

$t_n = \frac{۲}{۵}, \frac{۴}{۷}, \frac{۶}{۹}, \frac{۸}{۱۱}, \dots \rightarrow t_n = \frac{۲n}{۲n+۳}$

$\frac{۲n}{۲n+۳} < \frac{۳}{۴} \Rightarrow ۸n < ۶n + ۹ \Rightarrow ۲n < ۹ \Rightarrow n < ۴/۵ \Rightarrow n: \{۱, ۲, ۳, ۴\} \rightarrow \boxed{۴ \text{ تا}}$

۹

$۲, ۹, ۱۹, ۳۴, ۵۲, \dots$
$+۷, +۱۰, +۱۵$
$+۳, +۵$
$+۲$

$۲a = -۳ \Rightarrow a = -۱/۵ \Rightarrow t_n = -۱/۵n^۲ + bn + c$
$t_n = An^۲ + Bn$
$\Rightarrow \underline{A = -۱/۵} \Rightarrow t_۱ = -۱/۵(۱)^۲ + B = ۶ \Rightarrow B - ۱/۵ = ۶ \Rightarrow \underline{B = ۷/۵}$

$\Rightarrow ۲A + ۵B = ۲(-۱/۵) + ۵(۷/۵) = -۴/۵ + ۳۷/۵ = \boxed{۳۳}$

۱۰

$-۶, -۲, ۲, ۶, ۱۰, \dots$
$+۴$
$+۲$
$+۲$

$۲a = +۲ \Rightarrow a = +۱ \;,\; c = -۶ \Big\} \Rightarrow t_۱ = -۶ = +۱(۱)^۲ + b(۱) - ۶ \Rightarrow -۶ = +۱ + b - ۶ \Rightarrow b = ۱ \Rightarrow t_n = +n^۲ - n - ۶$

$d' = \frac{t'_m - t'_n}{m-n} = \frac{۴۱-۲۱}{۴-۲} = \frac{۱۰}{۲} = ۵ \Rightarrow t'_۲ = ۲۱ = ۵(۲) + c' = ۱۰ + c' \Rightarrow c' = ۱۱ \Rightarrow t'_n = ۵n + ۱۱$

$t'_n = t_n \Rightarrow +n^۲ - n - ۶ = ۵n + ۱۱ \Rightarrow +n^۲ - ۶n - ۱۷ = ۰ \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} -۲, ۹ \xrightarrow{n \neq ۰} \boxed{۹}$