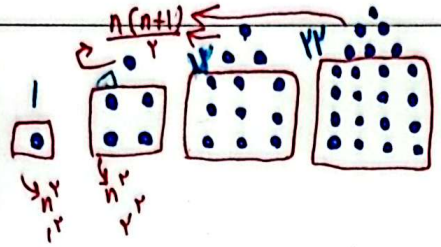
۲۰

نام و نام خانوادگی آرمین شیروانی فر ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس ۱۱ ..... دبیرستان سپیدان B

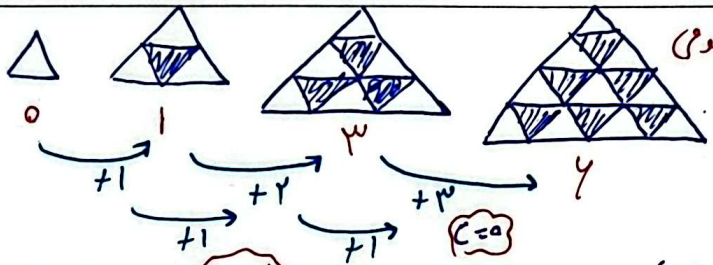
۱



جمله‌ی عمومی: $n^2 + \frac{n(n+1)}{2}$

$a_{10} = 10^2 + \frac{10\times 9}{2} = 145$ ✓ (۲)

۲



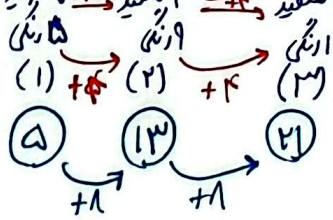
جمله‌ی عمومی = $\frac{n(n-1)}{2}$

$a_n = \frac{n(n-1)}{2} = 55$

$n(n-1) = 110 \rightarrow n = 11$ ✓ (۲)

$2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2}$ $\quad t_n = an^2 + bn + c \rightarrow \begin{cases} n=1 \rightarrow \frac{1}{2} + b = 0 \\ n=2 \rightarrow 2 + 2b = 1 \end{cases} \rightarrow b = -\frac{1}{2}$

۳



جمله‌ی عمومی تعداد مهره‌های سفید: $4n - 4 \rightarrow a_{11} = 44 - 4 = 40$ ✓

جمله‌ی عمومی تعداد مهره‌های رنگی: $4n + 1 \rightarrow a_{11} = 44 + 1 = 45$ ✓

جمله‌ی عمومی کل مهره‌ها: $8n - 3 \rightarrow a_{11} = 88 - 3 = 85$ ✓ (۲)

۴

$a_{max} = a_2 = \frac{1}{2}$

$a_{min} = a_1 = \frac{-1}{1} = -1$

اختلاف: $\frac{1}{2} - (-1) = \frac{3}{2}$ ✓ (۲)

۵

$b_n = (-3)^n - 7n \rightarrow b_3 = -27 - 21 = -48$

$a_n = -5n + 22$

$-48 = -5n + 22 \rightarrow 5n = 70 \rightarrow n = 14 \rightarrow k = 14$ ✓ (۲)

مسابقات‌های ریاضی

۶ الگوی خطی:

$a_{10} - a_7 = 12 \rightarrow 3d = 12 \rightarrow d = 4$

$a_4 - a_1 = 5d = 5 \times 4 = 20$ ✓ (۲)

۷ دنباله‌ی خطی:

$a_2 = 7,\ a_5 = 15 \rightarrow a_5 - a_2 = 3d = 8 \rightarrow d = 4$ (۲)

$a_2 = a_1 + d$

$7 = a_1 + 4 \rightarrow a_1 = 3 \rightarrow a_3 = 11$

$b_1 = 3$ (جمله‌ی اول دنباله‌ی b_n) $\quad b_2 = 11$

$d_b = 8 \rightarrow b = -5$

(b_n) جمله‌ی عمومی: $8n - 5$ ✓

۸ $t_n = \frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{10}{9}, \frac{12}{11}, \dots$

صورت: $+4$ $+4$ $+4$ → جمله‌ی عمومی $= 4n - 2$

مخرج: $+2$ $+2$ $+2$ → جمله‌ی عمومی $= 2n + 3$

$t_n = \frac{4n-2}{2n+3} < \frac{3}{2} \rightarrow 8n - 4 < 4n + 9$

$2n < 13 \rightarrow n < 6.5$

$n \leq 4$ ← ۴ جمله کوچکتر از $\frac{3}{2}$ (۲)

۹ $t_n = 4, 9, 9, 4, \dots$

$+4$ $+3$ $+0$ -3

-3 -3

$c = 0$

$-3 = 2a \rightarrow a = -\frac{3}{2}$

$t_n = An^2 + Bn \rightarrow A = -\frac{3}{2}$

$t_1 = -\frac{3}{2} + B = 4 \rightarrow B = \frac{15}{2}$

$t_n = -\frac{3}{2}n^2 + \frac{15}{2}n$ (۴)

$3A + 5B = 3 \times -\frac{3}{2} + 5 \times \frac{15}{2} = -\frac{9}{2} + \frac{75}{2} = \frac{66}{2} = 33$ ✓

۱۰ الگوی درجه دوم: $t_n = -4, -6, 0, \dots \rightarrow 2a = 4 \rightarrow a = 1$

$+2$ $+4$ $+6$

$c = -4$ $+0$

$t_1 = an^2 + bn + c = 1 + b - 4 = -4 \rightarrow b = -1$

$t_n = n^2 - n - 4$

الگوی خطی: $t_2 = 31,\ t_4 = 41 \rightarrow d = \frac{t_4 - t_2}{4-2} = \frac{41-31}{2} = 5 \rightarrow t_n = 5n + 21$ (۲)

ممکن نیست چون n منفی می‌شود.

$5n + 21 = n^2 - n - 4 \rightarrow n^2 - 6n - 27 = 0 \rightarrow (n-9)(n+3)$

$\rightarrow n = 9$ ✓