

الف) $t_n = 3n^2 - 1$

n	۱	۲	۳	۴	۵
t_n	۲	۱۱	۲۶	۴۷	۷۴

ب) $t_n = \frac{2n^2}{n+3}$

n	۱	۲	۳	۴	۵
t_n	$\frac{2}{6}$	$\frac{8}{5}$	۱	$\frac{8}{7}$	$\frac{10}{8}$

۱

الف) $t_n = \frac{(-1)^n}{n+3} \rightarrow t_{13} = \frac{(-1)^{13}}{13+3} = -\frac{1}{16}$

ب) $t_n = 2n - \left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor \rightarrow t_{13} = 26 - \left\lfloor \frac{13}{4} \right\rfloor = 26 - 3 = 23$

۲

حالت اول: $t_n = 2n - 1 < 0 \rightarrow 2n < 1 \rightarrow n < 0.5 \rightarrow n < 1$ (چون n عدد صحیح است) $\rightarrow t_n = 2n - 1 < 0$

حالت دوم: $t_n = n^2 - 14n + 4 < 0 \rightarrow (n-10)(n-4) < 0 \rightarrow 4 < n < 10$ (چون n عدد صحیح است) $\rightarrow t_n < 0$

۳

حالت اول: $t_n = 2n - 16 \leq 0 \rightarrow 2n \leq 16 \rightarrow n \leq 8$ (چون n عدد صحیح است) $\rightarrow t_n \leq 0$

حالت دوم: $t_n = n^2 - 12n + 27 \leq 0 \rightarrow (n-9)(n-3) \leq 0 \rightarrow 3 \leq n \leq 9$ (چون n عدد صحیح است) $\rightarrow t_n \leq 0$

۴

$t_n = dn + b$

$t_4 = 5$

$t_9 = 22$

$d = \frac{t_n - t_m}{n - m} = \frac{17}{5} = 3.4$

$t_4 = 3.4 \times 4 + b = 5 \rightarrow b = -6.4$

$\Rightarrow t_{13} = 3.4 \times 13 - 6.4 = 38.2$

۵

الف) $t_n = n^2 - 4n + 1$ $\min \left| n = \frac{4}{2} = 2 \right|$
 $t = -1$

ب) $t_n = n^2 + 4n + 1$ $\min \left| n = \frac{-4}{2} = -2 \right|$ $n \in \mathbb{N}$ $n = 1$
 $t = 1 + 4 + 1 = 6$

$t_n = -1, -1, -1, -1, -1, \dots$ $t_n = an^2 + bn + c = n^2 - 4n + 1$
 $a = \frac{1}{1} = 1$ $t_1 = 1 + b + c = -1$ $b + c = -2$
 $t_2 = 4 + 2b + c = -1$ $2b + c = -5$ $b = -3$ $c = 1$
 $t_n = -1$

$t_n = -1, -1, -1, -1, -1, \dots$ $t_n = an^2 + bn + c = 2n^2 - 1n - 4$
 $a = \frac{1}{2} = 1$ $t_1 = 2 + b + c = -1$ $b + c = -3$
 $t_2 = 8 + 2b + c = -1$ $2b + c = -9$ $b = -1$ $c = -2$
 $t_n = -1$

$t_n = -1, -1, -1, -1, -1, \dots$ $t_n = an^2 + bn + c = 2n^2 - 1n - 4$
 $a = \frac{1}{2} = 1$ $t_1 = 2 + b + c = -1$ $b + c = -3$
 $t_2 = 8 + 2b + c = -1$ $2b + c = -9$ $b = -1$ $c = -2$
 $t_n = -1$

$(-\infty, a + \frac{1}{2}] \cap [\frac{1}{2}a + 1, +\infty)$ متالی $\Rightarrow$ $a + \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}a + 1$
 $\frac{1}{2}a + 1 = a + \frac{1}{2}$
 $a \leq \frac{1}{2}$
 $a = [\frac{1}{2}, +\infty)$

اعداد $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots$ را در نظر بگیرید.
 الف) چند عدد بر 3 بخش پذیر است؟ $n(A) = \frac{99-3}{3} + 1 = 33$
 ب) چند عدد بر 5 بخش پذیر است؟ $n(B) = \frac{99-5}{5} + 1 = 20$
 ج) چند عدد بر 3 و 5 بخش پذیر است؟ $n(A \cap B) = \frac{99-15}{15} + 1 = 6$
 د) چند عدد بر 3 یا 5 بخش پذیر است؟ $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 33 + 20 - 6 = 47$