

۵۵, ۶, ۴

تکلیف ۴

۱-

$$f(x) = 2x^2 - 1$$
 if $x_1 = x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2) \rightarrow y_1 = y_2$

$$f(x_1) = 2x_1^2 - 1 \in f$$

$$f(x_2) = 2x_2^2 - 1 \in f$$

 تابع است

ب-

$$f(x) = 3x^2 - 1$$
 if $x_1 = x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2) \rightarrow y_1 = y_2$

$$f(x_1) = 3x_1^2 - 1$$

$$f(x_2) = 3x_2^2 - 1$$

$$f(x_1) - f(x_2) = 0 \rightarrow (y_1 - y_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + (y_1 - y_2) = 0$$

$$\rightarrow (y_1 - y_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 - y_2 = 0 \Rightarrow y_1 = y_2 \\ x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

I

$$y_1 = \frac{-x_2 \pm \sqrt{\Delta}}{2} \rightarrow \Delta = x_2^2 - 4x_2^2 + 4 \Rightarrow \Delta = -3x_2^2 + 4$$

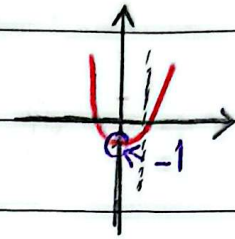
دلتا همواره منفی است پس این رابطه هرگز برقرار نیست.

پس $y_1 = y_2$ و عبارت تابع است.

$$y_1 = \frac{-x_2 \pm \sqrt{-3x_2^2 + 4}}{2} \quad I$$

$$y = x^2 - 1$$

تابع است زیرا هر نقطه زمانی با محور y آن را فقط در یک نقطه قطع می کند



رسم شکل

$$|y| + xy = x^2 + 1 \quad \text{if } x=0 \rightarrow |y| = 1 \rightarrow y = \pm 1$$

تابع نیست، به ازای یک x دو y داده است

مثال نقض

$$y^3 + x^3 = 2x - 1$$

$$\left. \begin{aligned} y_1^3 &= -x_1^3 + 2x_1 - 1 \in f \\ y_2^3 &= -x_2^3 + 2x_2 - 1 \in f \end{aligned} \right\}$$

$$\text{if } x_1 = x_2$$

$$\rightarrow y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2$$

تعریف ریاضی تابع است

$$2, \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{x} = 2$$

$$\sqrt[3]{y_1} = -\sqrt[3]{x_1} + 2 \in f$$

$$\sqrt[3]{y_2} = -\sqrt[3]{x_2} + 2 \in f$$

$$\text{if } x_1 = x_2$$

$$\sqrt[3]{y_1} = \sqrt[3]{y_2}$$

$$y_1 = y_2$$

تعریف ریاضی تابع است

مقدارهای

۳-

$$\text{الف) } \tan \frac{\pi}{4} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = +\sqrt{3}$$

$$\text{ب) } \cot \frac{\pi}{4} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = +\sqrt{3}$$

$$\text{ج) } \tan 120^\circ = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

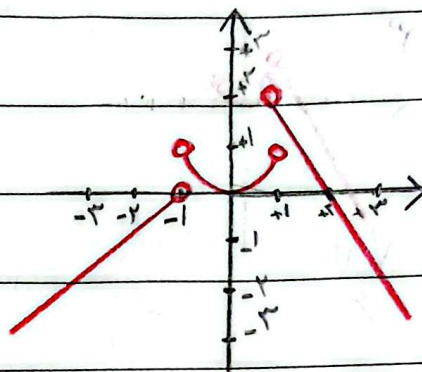
$$\text{د) } \cot 120^\circ = \frac{-1}{0} \Rightarrow \text{تعریف نشده}$$

۴-

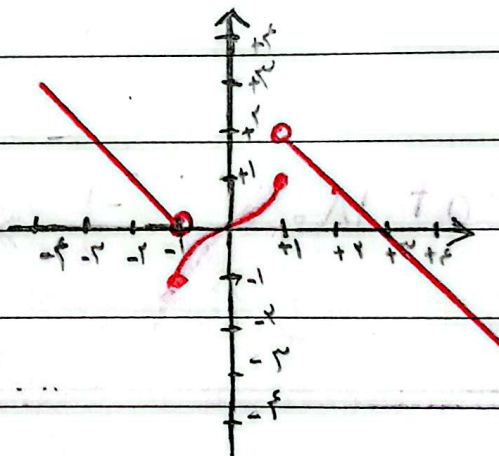
$$\text{الف) } \sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{ب) } \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x+5 & x > 1 \\ x^2 & -1 < x < 1 \\ x+1 & x < -1 \end{cases}$$



$$f(x) = \begin{cases} -x+5 & x > 1 \\ x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ -x-1 & x < -1 \end{cases}$$



الف) $y = (x-2)(x-3)(x-4)$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 2 3 4

x	2	3	4
y	-	+	-

$y = (x-2)^2(x-3)(x-4)$

$(x-2)^2(x-3)(x-4)$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 2 3 3 4

x	2	3	4
y	+	-	-

$$y = \frac{(x-2)(x-4)}{x^3}$$

x	٢	٣	٤
y	-	+	-

$$y = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-2)^2}$$

x	٢	٣	٤
y	+	-	+

مجموع ضرایب برابر صفر

$$y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3} = \frac{(x^2 + x - 2)(x - 1)}{x^3}$$

$x^3 - 3x + 2$	$x - 1$
$x^3 - 2x^2$	$x^2 + x - 2$
$x^2 - 3x + 2$	
$x^2 - x$	
$-2x + 2$	
$-2x + 2$	
0	

$$y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - 4x + 3} = \frac{(x-2)(x-1)}{(x-3)(x-1)}$$

x	١	٢	٣
y	+	+	-

تحلیل نموداری

$$الف) \quad y = \frac{x^4 - x^2}{x^2 + x + 2}$$

$$= \frac{x^2(x^2 - 1)}{x^2 + x + 2}$$

x	-1	0	1
y	+	-	+

$\Delta < 0$
ریشه حقیقی ندارد

$$ب) \quad y = \frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x + 3}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x + 3}$$

صورت و مخرج هر دو

دلتای کسرها از صفر ($\Delta < 0$) دارند پس ریشه حقیقی ندارند و تأثیری در علامت ندارند پس عبارت همواره مثبت است