

۵۵، ۶، ۴

تکلیف ۴

۱- (۱۷۵)

$$f_1^3 = 2x_1^2 - 1$$

$$f_2^3 = 2x_2^2 - 1$$

$$f_1^3 = 2x_1^2 - 1 \in f$$

$$f_2^3 = 2x_2^2 - 1 \in f$$

if $x_1 = x_2 \rightarrow f_1^3 = f_2^3 \rightarrow f_1 = f_2$

تابع است

$$f_1^3 + f_2^3 = 3x_1^2 - 1$$

$$f_1^3 + f_2^3 = 3x_1^2 - 1$$

$$f_2^3 + f_2^3 = 3x_2^2 - 1$$

if $x_1 = x_2 \rightarrow f_1^3 + f_2^3 = f_2^3 + f_2^3$

$$f_1^3 - f_2^3 + f_1 - f_2 = 0 \rightarrow (f_1 - f_2)(f_1^2 + f_1 f_2 + f_2^2) + (f_1 - f_2) = 0$$

$$(f_1 - f_2)(f_1^2 + f_1 f_2 + f_2^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f_1 - f_2 = 0 & \boxed{f_1 = f_2} \\ f_1^2 + f_1 f_2 + f_2^2 + 1 = 0 & \text{I} \end{cases}$$

$$f_1 = \frac{-f_2 \pm \sqrt{\Delta}}{2} \rightarrow \Delta = f_2^2 - 4f_2^2 + 4 \Rightarrow \Delta = -3f_2^2 + 4$$

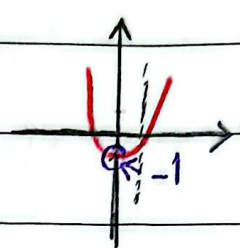
$$f_1 = \frac{-f_2 \pm \sqrt{-3f_2^2 + 4}}{2} \quad \text{I}$$

دلتا همواره منفی است پس این رابطه هرگز برقرار نیست.

پس f_1 و f_2 عبارت تابع است

۱- $y = x^2$ تابع

تابع است زیرا هر نقطه زمانی با محور آن را فقط در یک نقطه قطع می کند



اسم شکل

۲- $|y| + xy = x^4 + 1$ if $x=0 \rightarrow |y| = 1 \rightarrow y = \pm 1$

تابع نیست، به ازای یک x دو y داده است

مثال نقض

۳- $y^3 + x^3 = 2x - 1$

if $x_1 = x_2 \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2$

$$\left. \begin{aligned} y_1^3 &= -x_1^3 + 2x_1 - 1 \in f \\ y_2^3 &= -x_2^3 + 2x_2 - 1 \in f \end{aligned} \right\}$$

تعریف ریاضی تابع است

۴- $\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{x} = 2$

if $x_1 = x_2 \rightarrow \sqrt[3]{y_1} = \sqrt[3]{y_2} \rightarrow y_1 = y_2$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt[3]{y_1} &= -\sqrt[3]{x_1} + 2 \in f \\ \sqrt[3]{y_2} &= -\sqrt[3]{x_2} + 2 \in f \end{aligned} \right\}$$

تعریف ریاضی تابع است

تمرین ۲

۳- ۲

الف) $\tan \frac{\pi}{4}$ $\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = +\sqrt{3}$ ✓

ب) $\cot \frac{\sqrt{3}\pi}{4}$ $\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = +\sqrt{3}$ ✓

ج) $\tan 330^\circ$ $\frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ ✓

د) $\cot 180^\circ$ $\frac{-1}{0} \Rightarrow$ تعریف نشده ✓

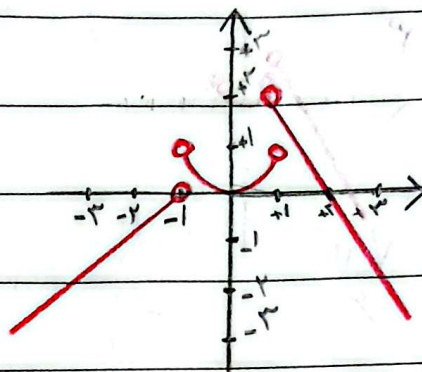
۴- ۲

الف) $\sin a = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ ✓

ب) $\cos a = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ ✓

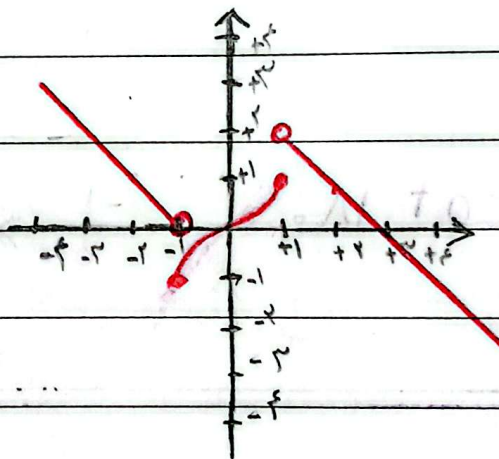
$$f(x) = \begin{cases} -x+5 & x > 1 \\ x^2 & -1 < x < 1 \\ x+1 & x < -1 \end{cases}$$

٢-أ



$$f(x) = \begin{cases} -x+5 & x > 1 \\ x^2 & -1 < x < 1 \\ -x-1 & x < -1 \end{cases}$$

٢-ب



✓ ١) $y = (x-2)(x-3)(x-4)$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 ٢ ٣ ٤

x	٢	٣	٤
y	-	+	-

✓ ٢) $y = (x-2)(x-3)^2(x-4)$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 ٢ ٣ ٣ ٤

x	٢	٣	٤
y	+	-	-

۲-۸

$$y = \frac{(x-2)(x-4)}{x^2-3x}$$

x	۲	۳	۴
y	-	+	-

$$y = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-2)^2}$$

x	۲	۳	۴
y	+	-	+

مجموع ضرایب برابر صفر

۲-۹

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x-2)(x-1)}{(x-3)(x-1)}$$

x	۲	۱	۳
y	+	-	+

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x + 2 \mid x-1 \\ x^2 - 2x \\ \hline -x + 2 \\ -x + 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x-2)(x-1)}{(x-3)(x-1)}$$

x	۱	۲	۳
y	+	+	-

تحلیل نموداری

۱-۲

$$y = \frac{x^4 - x^2}{x^2 + x + 2}$$

$$= \frac{x^2(x^2 - 1)}{x^2 + x + 2}$$

x	-1	0	1
y	+	-	+

$\Delta < 0$
ریشه حقیقی ندارد

$$y = \frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x + 3}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x + 3}$$

صورت و مخرج هر دو

دلتای کمتر از صفر ($\Delta < 0$) دارند پس ریشه حقیقی ندارند و تأثیری در علامت ندارند پس عبارت همواره مثبت است