نام و نام خانوادگی ...امیررضا ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۹.... کلاس ...شنبه.........

۱

الف) $y = x^2 - 5$ $\quad x^2 = y + 5$ $\quad x = \sqrt{y+5}$ $\quad R_f = [-5, +\infty)$

$y + 5 \geq 0$ $\quad y \geq -5$

ب) $y = x^3 + 1$ $\quad x^3 = y - 1$ $\quad x = \sqrt[3]{y-2}$ $\quad R_f = \mathbb{R}$

۲

الف) $y = x^2 - 4x + 6$ $\quad x^2 - 4x + (6-y) = 0$ $\quad \boxed{x = 2 \pm \sqrt{y-2}}$

$\Delta = (-4)^2 - 4\times1\times(6-y)$ $\quad x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4\times1\times(6-y)}}{2\times1}$

$\Delta = 16 - 24 + 4y$ $\quad \Delta = 4y - 8$ $\quad \boxed{R_f = [2, \infty)}$ $\quad x = \frac{4 \pm \sqrt{4y-8}}{2}$

ب) $y = x^2 - 5x + 1$ $\quad x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4\times1\times(1-y)}}{2}$ $\quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 + 4y}}{2}$

$x^2 - 5x + (1-y) = 0$ $\quad 21 + 4y \geq 0$ $\quad x = \frac{5 \pm \sqrt{21+4y}}{2}$

$4y \geq -21$ $\quad y \geq -\frac{21}{4}$ $\quad \boxed{R_f = [-\frac{21}{4}, +\infty)}$

۳

الف) $y = \frac{x^2+3}{x^2-2}$ $\quad y(x^2-2) = x^2+3 \Rightarrow yx^2 - x^2 = 3 + 2y \Rightarrow x^2(y-1) = 2y+3$

$x^2 = \frac{2y+3}{y-1} \geq 0 \Rightarrow y \neq 1$ $\quad \frac{2y+3}{y-1} \geq 0$ $\quad$ ($-\frac{3}{2}$ ، 1 : $+ \; - \; +$) $\Rightarrow y \leq -\frac{3}{2}$ یا $y > 1$

$\boxed{R_f = (-\infty, -\frac{3}{2}] \cup (1, +\infty)}$

ب) $y = \frac{2|x|+1}{|x|-4}$ $\quad y = \frac{2t+1}{t-4}$ $\quad$ ($-\frac{1}{4}$ ، 2 : $+ \; - \; +$)

$t = \frac{4y+1}{y-2}$ $\quad \frac{4y+1}{y-2} \geq 0$ $\quad \boxed{R_f = (-\infty, -\frac{1}{4}] \cup (2, \infty)}$

$y = \frac{1}{x^2-4x} \Rightarrow y(x^2-4x) = 1 \Rightarrow yx^2 - 4yx - 1 = 0$

$x = \frac{4y \pm \sqrt{(-4y)^2 - 4y(-1)}}{2y}$ $\quad x = \frac{4y \pm \sqrt{4y(4x+1)}}{2y}$ $\quad \boxed{R_f = (-\infty, -\frac{1}{4}] \cup (0, \infty)}$

$x = \frac{2y \pm \sqrt{y(4y+1)}}{y}$ $\quad y(4y+1) \geq 0$ $\quad$ ($-\frac{1}{4}$ ، 0 : $+ \; - \; +$) $\Rightarrow y \leq -\frac{1}{4}$ یا $y > 0$

۵

$y = x^2 - 6x + 2$ $\quad a = 1 > 0$ پس در بازه یعنی مینیمم دارد

$x_{min} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2\times1} = \frac{6}{2} = 3$

$y_{min} = (3)^2 - 6(3) + 2 = 9 - 18 + 2 = -7$

$R_f = [-7, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 4x + 2$ $\quad a = -1 < 0$ ماکسیمم

$x_{max} = \frac{-b}{2a} = -\frac{4}{2\times(-1)} = \frac{-4}{-2} = 2$

$y_{max} = -(2)^2 + 4(2) + 2 = -4 + 8 + 2 = 6$

$R_f = (-\infty, 6]$

۶

الف) $y=\sqrt{x^2-6x+2}$

$\begin{cases} x=\frac{-6}{2\times 1}=\frac{6}{2}=3 \\ y=(3)^2-6(3)+2=9-18+2=-7 \end{cases}$

$\Rightarrow [-7,+\infty)$

چون زیر رادیکال است منفی‌ها حذف می‌شوند $\Rightarrow \boxed{[0,\infty)}$

ب) $y=\sqrt{-x^2+4x+10}$

$x=\frac{4\pm\sqrt{16+40}}{2}=\frac{4\pm 2\sqrt{14}}{2}=2\pm\sqrt{14}$

$2-\sqrt{14}\leq x\leq 2+\sqrt{14}$

$\begin{cases} 2=\frac{-4}{2(-1)}=\frac{-b}{2a}=x_{max}=\sqrt{14} \\ 0 \end{cases}$ $R_f=[0,\sqrt{14}]$

چون زیر رادیکال

۷

الف) $y=x^5+3x^4+2x+1$ $R_f=\mathbb{R}$

ب) $y=\sqrt{x^5+4x^2+6x+1}$

$R_f\ y=\sqrt{\mathbb{R}} \Rightarrow R_f=[0,+\infty)$

زیر رادیکال منفی حذف می‌شود

۸

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ $R_f=\mathbb{R}-\{3\}$

ب) $\sqrt{\frac{4x+1}{x+3}}$

$\sqrt{\frac{4x+1}{x+3}} \Rightarrow R_f=\sqrt{\mathbb{R}-\{4\}} \Rightarrow \boxed{R_f=[0,+\infty)-\{2\}}$

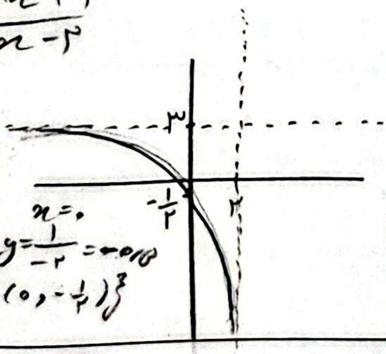
۹

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$

$\frac{3}{1}=3$

ریشه مخرج $=2$ $\quad x=0$ $\quad y=\frac{1}{-2}=-0.5$

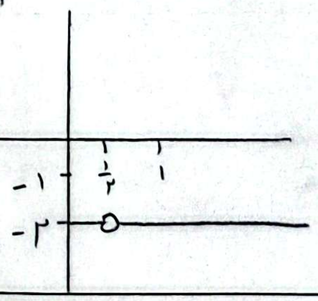
نقطه کمکی $=\{(0,-\frac{1}{2})\}$



ب) $y=\frac{4x-2}{-2x+1}=\frac{2(2x-1)}{-(2x-1)}=-2$

$R_f=\{-2\}$

تابع ساده شد و هموگرافیک نیست



۱۰

الف) $y=\cos^2x+\frac{1}{\cos^2x}$ $\quad y=a+\frac{1}{a}$ ✓ $=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

به توان ۲ منفی از بین می‌رود و (ه) حذف می‌شود $\Rightarrow \boxed{R_f=[2,+\infty)}$

ب) $y=\sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x}}$ $\quad y=\sqrt[3]{a+\frac{1}{a}}$

$\frac{x^2+1}{x}=x+\frac{1}{x}$ $\quad R_f=(-\infty,-\sqrt[3]{2}]\cup[\sqrt[3]{2},+\infty)$