

الف) $y = x^2 - 5$ $x^2 = y + 5$ $x = \sqrt{y+5}$ $R_f = [-5, +\infty)$ ✓
 $y+5 \geq 0$ $y \geq -5$

ب) $y = x^2 + 1$ $x^2 = y - 1$ $x = \sqrt{y-1}$ $R_f = \mathbb{R}$ ✓ ۲

الف) $y = x^2 - 4x + 9$ $x^2 - 4x + (9-y) = 0$ $x = 2 \pm \sqrt{y-1}$
 $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (9-y)$ $x = 2 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (9-y)}$
 $\Delta = 16 - 36 + 4y$ $\Delta = 4y - 20$ $R_f = [-5, +\infty)$ $R_f = [1, +\infty)$ ✓ ۲
 $\Delta \geq 0$ $4y - 20 \geq 0$ $y \geq 5$
 $x = 2 \pm \sqrt{y-1}$
 ب) $y = x^2 - 2x + 1$ $x^2 - 2x + (1-y) = 0$ $x = 1 \pm \sqrt{y}$
 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (1-y)$ $\Delta = 4 - 4 + 4y = 4y$ $y \geq 0$
 $x = 1 \pm \sqrt{y}$

الف) $y = \frac{x^2}{x-1}$ $y(x-1) = x^2$ $yx - y = x^2$ $x^2 - yx + y = 0$ ۳
 $\Delta = (-y)^2 - 4 \times 1 \times y = y^2 - 4y$ $\Delta \geq 0$ $y^2 - 4y \geq 0$ $y(y-4) \geq 0$ $y \leq 0$ or $y \geq 4$
 $x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 4y}}{2}$ $R_f = (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup (1, +\infty)$ ✓
 ب) $y = \frac{x^2}{x-1}$ $y = \frac{t^2}{t-1}$ $t = \frac{y}{y-1}$ $\frac{y}{y-1} \geq 0$ $y \leq -1$ or $y > 1$
 $R_f = (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup (1, +\infty)$ ✓

$y = \frac{1}{x^2 - 4x}$ $\Rightarrow y(x^2 - 4x) = 1$ $\Rightarrow yx^2 - 4yx - 1 = 0$ ۴
 $\Delta = (-4y)^2 - 4 \times y \times (-1) = 16y^2 + 4y$ $\Delta \geq 0$ $16y^2 + 4y \geq 0$ $4y(4y+1) \geq 0$ $y \leq -\frac{1}{4}$ or $y > 0$
 $x = \frac{4y \pm \sqrt{16y^2 + 4y}}{2y}$ $R_f = (-\infty, -\frac{1}{4}] \cup (0, +\infty)$ ✓
 $x = \frac{4y \pm \sqrt{y(4y+1)}}{y}$ $y(4y+1) \geq 0$ $y \leq -\frac{1}{4}$ or $y > 0$

$y = x^2 - 6x + 2$ $a = 1 > 0$ ۵
 $R_f = [-7, +\infty)$ ✓
 ب) $y = -x^2 + 4x + 2$ $a = -1 < 0$
 $R_f = (-\infty, 6]$ ✓
 $\begin{cases} x_{min} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \times (-1)} = \frac{4}{2} = 2 \\ y_{min} = f(2) = -(2)^2 + 4(2) + 2 = -4 + 8 + 2 = 6 \end{cases}$
 $\begin{cases} x_{max} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \times (-1)} = \frac{4}{2} = 2 \\ y_{max} = f(2) = -(2)^2 + 4(2) + 2 = -4 + 8 + 2 = 6 \end{cases}$

الف) $\sqrt{x^2 - 4x + 2} = y$ $\begin{cases} x = \frac{-y}{2} = \frac{y}{2} = x \\ y = (x)^2 - 4(x) + 2 = 9 - 12 + 2 = -1 \end{cases}$ $\Rightarrow [7, +\infty)$ چون زیرادیکال است همیشه خون می شود $\Rightarrow [0, \infty)$ ✓ ب) $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 10}$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 40}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{14}}{2} = 2 \pm \sqrt{14}$ $2 - \sqrt{14} \leq x \leq 2 + \sqrt{14}$ $x = \frac{y}{2} = \frac{y}{2} = x_{max} = \sqrt{14}$ $R_f = [0, \sqrt{14}]$ ✓ چون زیرادیکال	۶
الف) $y = x^2 + 3x + 1$ $R_f = \mathbb{R}$ ✓ ب) $y = \sqrt{x^2 + 4x + 1}$ $R_f y = \sqrt{11} = R_f = [0, +\infty)$ ✓ زیرادیکال منفی خون می شود	۷
الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$ $R_f = \mathbb{R}$ - حتماً ✓ ب) $\sqrt{\frac{3x+1}{x+3}}$ $\sqrt{\frac{3x+1}{x+3}} \Rightarrow R_f = \sqrt{\mathbb{R} - \text{حتماً}} \Rightarrow [0, +\infty) - \text{حتماً}$ ✓	۸
الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$ $\frac{3}{1} = 3$ $x=0, y=\frac{1}{-2} = -0.5$ ریشه منفی $\Rightarrow (0, -\frac{1}{2})$ نقطه مماس ✓ ب) $y = \frac{3x-2}{-2x+1} = \frac{2(2x-1)}{-(2x-1)} = -2$ $R_f = \text{حتماً} - 2$ ✓ تابع ساد. شتر و همگرا نیست	۹
الف) $y = \cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x}$ $y = a + \frac{1}{a} \checkmark = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ب) $y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x}}$ $\frac{x^2+1}{x} = x + \frac{1}{x}$ $R_f = (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$ ✓ بازماند منفی از بین می رود و خون می شود	۱۰