الف) $y = \frac{2x+1}{\ldots}$ $\quad R_f = \mathbb{R} - \{c\}$

مهدی ... نشاری A ... ۱۵/۷۵

تکلیف شماره ۹

۱. الف) $y = x^2 - 5 \rightarrow x^2 - 5 = y$

$x^2 = y + 5 = x = \sqrt{y+5} \rightarrow y + 5 \geqslant 0 \rightarrow y = [-5, +\infty)$

$R_f = [-5, +\infty)$

ب) $y = x^3 + 1 \rightarrow y - 1 = x^3 \rightarrow \sqrt[3]{y-1} = x$

$R_f = \mathbb{R}$ $\quad$ ۲

جذر مرتبه ۳ تاثیری روی دامنه ندارد.

۲. الف) $y = x^2 - 4x + 4 \longrightarrow y - 2 = x^2 - 4x + 4$

$y - 2 = (x-2)^2 \Rightarrow \sqrt{y-2} = \sqrt{(x-2)^2} \Rightarrow \sqrt{y-2} + 2 = x$

$\rightarrow y - 2 \geqslant 0 \rightarrow R_f = [2, +\infty)$

۲

ب) $y = x^2 - 5x + 1 \rightarrow y + 3 = x^2 - 5x + 4$

$\rightarrow y = (x + 2{,}5)^2 - 5{,}25 \rightarrow (x + 2{,}5)^2 = y + 5{,}25 \rightarrow (x + 2{,}5) = \sqrt{y + 5{,}25}$

$\rightarrow y + 5{,}25 \geqslant 0 \rightarrow y \geqslant -5{,}25 \rightarrow R_f = [-5{,}25, +\infty)$

۳. الف) $y = \frac{x^2+3}{x^2-2}$ $\quad x = \pm\sqrt{\frac{2y+3}{y-1}}$ $\quad -\frac{3}{2} \quad 1 \quad + \ - \ +$

$R_f = (-\infty, -\frac{3}{2}] \cup (1, +\infty)$ $\quad$ ۱

$\rightarrow x^2 + 3 = yx^2 - 2y = x^2 = yx^2 - 2y - 3 = x^2 - yx^2 = -2y - 3$

$\rightarrow x^2(1-y) = -2y - 3 \rightarrow x^2 = \frac{-2-3}{1-y} \rightarrow x^2 = \frac{2+3}{-1+y} = x = \sqrt{\frac{2+3}{-1+y}} \rightarrow 1$

$R_f = (1, +\infty)$

$x \quad 1 \quad - \ + \quad$ تعریف نشده

ب) $y = \frac{2|x|+1}{|x|-4} \rightarrow 2|x| + 1 = y|x| - 4y \Rightarrow 4y + 1 = y|x| - 2|x|$

$R_f = (-\infty, -\frac{1}{4}] \cup (2, +\infty)$

$4y + 1 = |x|(y-2) \rightarrow |x| = \frac{4y+1}{y-2} \rightarrow y - 2 \neq 0 \rightarrow y \neq 2 \quad R_f = \mathbb{R} - \{2\}$

$-\frac{1}{4} \quad 2 \quad + \ - \ +$

۴. ۰

$$y = \frac{1}{x^2 - 4x} \rightarrow x = \frac{4y \pm \sqrt{16y^2 + 4y}}{2y}$$

$\Delta \geq 0$, $y \neq 0$ $\rightarrow 16y^2 + 4y \geq 0$

$-\frac{1}{4}$		0	
$+$	$-$		$+$

$$R_f = (-\infty, -\tfrac{1}{4}] \cup (0, +\infty)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{(x-2)^2 - 4}$$

$\rightarrow D_f = (+4, +\infty) \cup (-\infty, 0) \rightarrow R_f = \frac{1}{D_f} = (-\infty, 0) \cup (\frac{1}{4}, \infty)$

۵. ۲

الف) $y = x^2 - 6x + 2 \xrightarrow{a>0} \begin{cases} x_{min} = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3 \\ y_{min} = -7 \end{cases} \rightarrow R_f = [-7, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 4x + 2 \xrightarrow{a<0} \begin{cases} x_{max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ y_{max} = 6 \end{cases} \rightarrow R_f = (-\infty, 6]$

۶. ۲

الف) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 2} \xrightarrow{a>0} \begin{cases} x_{min} = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3 \\ y_{min} = -7 \end{cases} \rightarrow R_f = \sqrt{[-7, +\infty)}$

$\rightarrow R_f = [0, +\infty)$ چون اعداد منفی جذر نمی دهند از ۰ شروع می کنیم.

ب) $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 10} \xrightarrow{a<0} \begin{cases} x_{max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ y_{max} = 14 \end{cases} \rightarrow R_f = \sqrt{(-\infty, 14]}$

$\rightarrow R_f = [0, \sqrt{14}]$ چون اعداد منفی جذر نمی دهند از صفر شروع کردیم.

۷. ۴

الف) $x^7 + 3x + 2x + 1 = y \rightarrow R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = \sqrt{x^5 + 4x^2 + 6x + 1} \rightarrow R_f = [0, +\infty)$

۸.

الف). $y = \frac{3x+1}{x-2}$ $\quad R_f = \mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\}$

$\rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{\frac{3}{1}\} \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{3\}$

2

ب) $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x+3}} \rightarrow R_f = \sqrt{[0,+\infty) - \{4\}} = R_f = [0+\infty) - \{2\}$

۹.

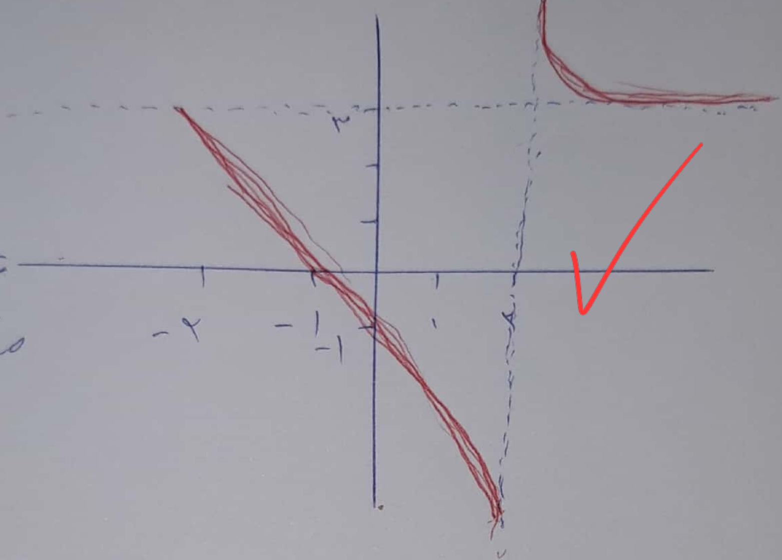
الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$

ریشه $= \begin{cases} 3x+1=0 \\ 3x = 1 \rightarrow x = -\frac{1}{3} \end{cases}$

$\rightarrow x = -2$ مجانب قائم

طول تابع

مجانب افقی $\frac{3}{1} = 3$

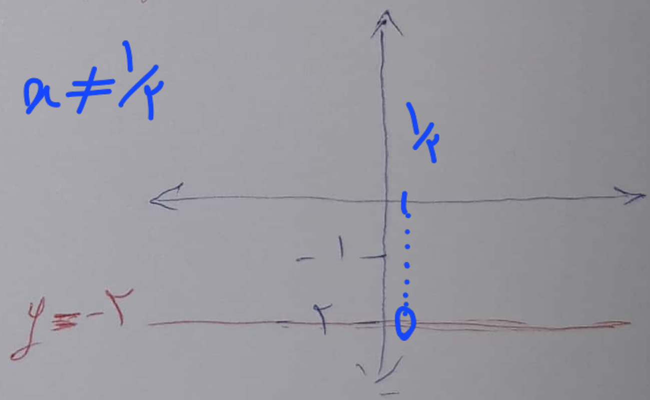


1,75

ب) $y = \frac{4x-2}{1-2x} \longrightarrow$ تابع محور افقی را قطع نمی‌کند. نیست.

$a \neq \frac{1}{2}$

$y = \frac{4x-2}{-2x+1} = -2$



۱۰.

الف) $y = \cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x}$

$\rightarrow R_f = [2,+\infty)$

1

ب) $y = \frac{4\sqrt[3]{x^2+1}}{x} \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{0\}$

$a + \frac{1}{a} \rightarrow \sqrt[3]{(-\infty,-4] \cup [2,+\infty)} \rightarrow R_f = (-\infty, \sqrt[3]{-4}] \cup [\sqrt[3]{2},+\infty)$