نام و نام خانوادگی ....حسین لطیفی.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....A....

1

الف) $f(x)=\sqrt{x|x|}$, $g(x)=x$

$D_f=[0,+\infty)$, $D_g=\mathbb{R}$ — دامنه‌های نابرابر، مساوی نیستند.

ب) $f(x)=\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}=\dfrac{x^2+4x+3+x+4}{x^2+5x+7}=1$ (مخرج دلتای منفی، ریشه ندارد) , $g(x)=1$

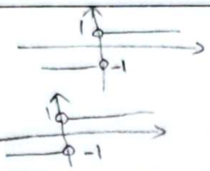
$D_f=\mathbb{R}$, $D_g=\mathbb{R}$ — دامنه‌ها برابر و ضابطه‌ها برابر، مساوی هستند.

ج) $f(x)=\dfrac{4\sin^2x-6\sin x}{2\sin x-3}=\dfrac{2\sin x(2\sin x-3)}{2\sin x-3}=2\sin x$, $g(x)=2\sin x$

$2\sin x\neq 3 \to \sin x\neq \frac{3}{2}$ می‌دانیم $-1\le \sin x\le 1 \to$ برای همه مقادیر

$D_f=\mathbb{R}$, $D_g=\mathbb{R}$ — دامنه برابر و ضابطه برابر، مساوی اند.

د) $f(x)=\dfrac{x}{|x|} \Rightarrow$, $g(x)=\dfrac{|x|}{x} \Rightarrow$



$D_f=\mathbb{R}-\{0\}$, $D_g=\mathbb{R}-\{0\}$ — دامنه و ضابطه و شکل برابر، مساوی اند.

2

الف) $g(x)=[x-[x]]$ همواره مساوی صفر (همواره در بازه $[0,1)$) ; $f(x)=\left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right]$ (مخرج ریشه ندارد، همواره در بازه $[0,1)$) $\Rightarrow$ $D_f=\mathbb{R}$, $D_g=\mathbb{R}$ — دامنه و ضابطه‌ها برابر، مساوی اند.

ب) $f(x)=\dfrac{1}{[2x]}$, $[2x]\neq 0$, $x\notin[0,\frac{1}{2})$; $g(x)=\dfrac{1}{2[x]}$, $[x]\neq 0$, $x\notin[0,1)$; $D_f=\mathbb{R}-[0,\frac{1}{2})$, $D_g=\mathbb{R}-[0,1)$ — دامنه‌ها نابرابر، نامساوی اند.

ج) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-|x|}}$, $x-|x|>0$ هیچ گاه اتفاق نمی‌افتد ; $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{|x|-x}}$, $|x|-x>0$; $D_f=\varnothing$, $D_g=\mathbb{R}^-$ — دامنه نابرابر، نامساوی اند.

د) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x}{x-1} & ; x\neq 1\\ 2 & ; x=1\end{cases}$; $\dfrac{x^3-x}{x-1}=\dfrac{x(x-1)(x+1)}{x-1}=x^2+x$ (ریشه ۱ ولی در دامنه است) ; $g(x)=(x^2+x)$ — دامنه و ضابطه برابر، مساوی اند.

3

$$\begin{cases} f(x)+g(x)=x^2+x+1\\ f(x)-g(x)=x^2-x+1\end{cases}$$
$2f(x)=2x^2+2$

$f(x)=x^2+1$

$x^2+1+g(x)=x^2+1+x$

$g(x)=x$

$f^2(x)-g^2(x)=x^4+1+2x^2-x^2=\boxed{x^4+x^2+1}$

4

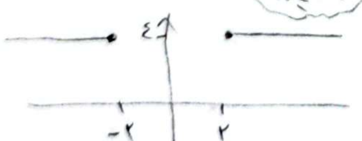
$f(x)=x-\sqrt{x^2-4}$

$g(x)=x+\sqrt{x^2-4}$

$x^2-4\geq 0$, $x^2\geq 4$, $x\geq 2$, $x\leq -2$

$f\times g=(x-\sqrt{x^2-4})(x+\sqrt{x^2-4})$
$=x^2-(\sqrt{x^2-4})^2=x^2-x^2+4=4$

$f\times g=$



5

$g(x)=\dfrac{x-b}{2x^2-3x-5}\times\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{x}{2}-\frac{b}{2}}{x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}}=\dfrac{ax+2}{x^2-mx+n}=f(x)$ $\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\ b=-4\\ m=\frac{3}{2}\\ n=-\frac{5}{2}\end{cases}$

$(2x-5)(x+1)$, $D_g=\mathbb{R}-\{\frac{5}{2},-1\}$

$am-bn=\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)-\left(-4\times\left(-\frac{5}{2}\right)\right)=\frac{3}{4}-10=-9\frac{1}{4}=-9.25$

$D_g = D_f \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{a\}$ $\quad f(x) = \dfrac{bx+۲}{۸x+b}$ $\begin{cases} ۸x \neq -b \\ x = \dfrac{-b}{۸} \end{cases}$

$g(x) = c \xrightarrow{\text{عدد ثابت است باید}}$ $\quad b=۴ \to c = \dfrac{۴x+۲}{۸x+۴} = \dfrac{۱}{۲}$ $\Big\{$ $b=-۴ \to c = \dfrac{-۴x+۲}{۸x-۴} = -\dfrac{۱}{۲}$ $\quad a = \dfrac{۱}{۲}$ ۶

$\boxed{\dfrac{ab}{c}} = \dfrac{-\frac{۱}{۲} \times ۴}{\frac{۱}{۲}} = -۴$ $\qquad \boxed{\dfrac{ab}{c}} = \dfrac{\frac{۱}{۲} \times -۴}{-\frac{۱}{۲}} = ۴$

$۲f - ۱ = k$
$f = \dfrac{k+۱}{۲}$ $\Rightarrow f = \{(-۱,۲)(۲,۴)(۳,-۲)(۰,\tfrac{۱}{۲})\}$

$\dfrac{۲g}{f+g} = \left\{\left(-۱, \overset{۴}{\overbrace{\dfrac{۲(-۴)}{۲-۴}}}\right), \left(۲, \overset{۱}{\overbrace{\dfrac{۲(۴)}{۴+۴}}}\right), \left(۳, \overset{۳}{\overbrace{\dfrac{۲(۶)}{-۲+۶}}}\right)\right\}$ $\qquad R_{\frac{۲g}{f+g}} = \{۱, ۴, ۳\}$ ۷

$f = \{(۲,a), (-۳, ۳a-۲b), (c,۵), (۲,d)\}$ $\qquad g = \{(۲,-۱), (a-۳b, ۵), (-۳,۱)\}$

مساوی

$\boxed{a = d = -۱}$ ۸

$$\begin{aligned} ۳a - ۲b &= ۱ \\ -۳a - ۲b &= ۱ \\ \hline \boxed{b = -۲} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} c &= a - ۳b \\ c &= -۱ - ۳(-۲) \\ \boxed{c = ۵} \end{aligned}$$

$c + d = ۵ - ۱ = \boxed{۴}$

$f(x) = \sqrt{\underbrace{-x^۲ + x - m}_{\text{دارای } max}}$ $\qquad D_g = D_f = a$

دامنه تک عضوی
محور x ها را در ۱ نقطه قطع می‌کند $\Big\} \longrightarrow$ $b^۲ - ۴ac = ۰$
$۱^۲ - ۴(-۱ \times (-m)) = ۰$
$۱ - ۴m = ۰ \Rightarrow \boxed{m = \dfrac{۱}{۴}}$ ۹

$\Rightarrow f(x) = \sqrt{-x^۲ + x - \dfrac{۱}{۴}}$

مرحله دوم: max $\left| \begin{array}{l} \dfrac{-۱}{+۲(-۱)} = \dfrac{۱}{۲} \\ ۰ \end{array} \right\}$ $\begin{array}{l} a = \dfrac{۱}{۲} \\ b = ۰ \end{array}$ $\quad a + b = \dfrac{۱}{۲} \leftarrow$ جواب

$D_g = D_f = \mathbb{R} - \{c\}$

پس یک عبارت سه جمله ای مربع
تابع f باید مضاعف باشد $\Big\}$ $f(x) = \dfrac{۲x+a}{x^۲+۶x+b} = \dfrac{۲x+a}{(x+۳)^۲}$

$\Delta = ۰ \Rightarrow ۶^۲ - ۴(۱ \times b) = ۰ \Rightarrow ۴b = ۳۶ \Rightarrow \boxed{b = ۹}$ ۱۰

$\dfrac{۲x+a}{(x+۳)^۲} = \dfrac{۲(x+\frac{a}{۲})}{(x+۳)(x+۳)} = \dfrac{۲}{x+۳} = g(x)$

$x - c = x + ۳ \Rightarrow \boxed{c = -۳}$ $\qquad x + \dfrac{a}{۲} = x + ۳ \Rightarrow \boxed{a = ۶}$ $\qquad a + b + c = ۶ + ۹ + (-۳) = \boxed{۱۲}$