۲۰

محمد باغبانی

پاسخ پرسش شماره ۲:

الف) $f(x) = \sqrt{x|x|}$, $g(x) = x \longrightarrow D_f = [0, +\infty)$, $D_g = \mathbb{R} \longrightarrow \boxed{f(x) \neq g(x)}$ برابر نیستند ✓ ✓

ب) $f(x) = \dfrac{(x+3)(x+1) + x + 4}{x^2 + 5x + 7}$, $g(x) = 1 \longrightarrow f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 3 + x + 4}{x^2 + 5x + 7} = \dfrac{x^2 + 5x + 7}{x^2 + 5x + 7} = 1 \longrightarrow x^2 + 5x + 7 \neq 0$

$\Delta = 25 - 28 = -3 \longrightarrow$ ریشه ندارد

$\longrightarrow \boxed{f(x) = g(x)}$ برابرند ✓ ✓

ج) $f(x) = \dfrac{4\sin^2 x - 6\sin x}{2\sin x - 3}$, $g(x) = 2\sin x \longrightarrow f(x) = \dfrac{(2\sin x - 3)\,2\sin x}{2\sin x - 3} = 2\sin x = g(x) \longrightarrow \boxed{f(x) = g(x)}$ برابرند ✓

$\underbrace{2\sin x - 3} \longrightarrow$ مخرج $\neq 0 \longrightarrow D_f = D_g$ ✓

$2\sin x \neq 3$

$\sin x \neq 1/5$ ✓

د) $f(x) = \dfrac{x}{|x|}$, $g(x) = \dfrac{|x|}{x} \longrightarrow D_f = D_f = \mathbb{R} - \{0\} \longrightarrow \boxed{f(x) = g(x)}$ برابرند ✓ ✓

۳

الف) $f(x) = 0 \quad , \quad g(x) = 0 \longrightarrow \boxed{f(x) = g(x)}$ برابرند ✓ ✓

ب) $f(x) = \frac{1}{[2x]} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{2[x]} \longrightarrow D_f = \mathbb{R} - [0, 0/5) \; , \; D_g = \mathbb{R} - [0, 1) \longrightarrow \boxed{f(x) \neq g(x)}$ برابر نیستند ✓ | ۲

ج) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x - |x|}} \longrightarrow x - |x| \leq 0 \longrightarrow \underline{D_f = \varnothing} \; , \; g(x) = \frac{1}{\sqrt{|x| - x}} \longrightarrow |x| - x \geq 0$

د) $\boxed{f(x) \neq g(x)}$ برابر نیستند ✗ ✓ $\quad \underline{D_g = \mathbb{R}^-}$

۳

$$1)\ f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x}{x-1} & ; x\neq 1\\ 2 & ; x=1\end{cases}\qquad g(x)=x^2+x$$

$$D_f \longrightarrow \frac{x^3-x}{x-1}=\frac{x(x^2-1)}{x-1}=\frac{x(x-1)(x+1)}{x-1}\longrightarrow$$

	-1		0		1	
$+$	0	$-$	0	$+$	$\nexists$	$+$

که اگر $x=1$ ، حاصل مبهم است.

$$\rightarrow D_f=\mathbb{R}$$

$$g(x)=\mathbb{R}$$

$$f(x)=\frac{x\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}=x(x+1)=x^2+x=g(x)\longrightarrow \boxed{f(x)=g(x)}$$

تابع‌ها برابرند.

$$f(x)+g(x)=x^2+x+1$$

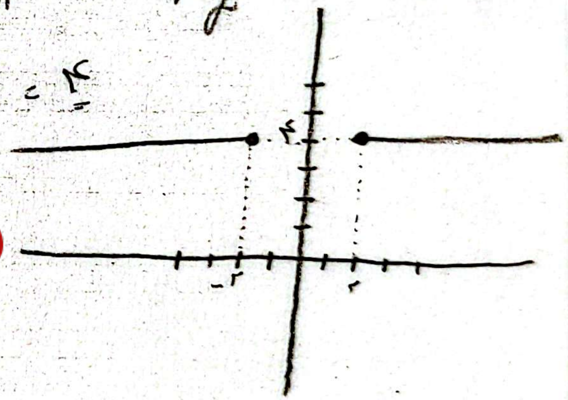
$$+\quad f(x)-g(x)=x^2-x+1$$

$$2f(x)=2x^2+2 \longrightarrow \boxed{f(x)=x^2+1} \longrightarrow \boxed{g(x)=x}$$

$$f^2(x)-g^2(x)=(x^2+1)^2-(x)^2=x^4+1+2x^2-x^2=\boxed{x^4+x^2+1}$$ ۳

$$D_f=D_g \longleftrightarrow x^2-4\geq 0 \longrightarrow x^2\geq 4 \longrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x\leq -2 \end{cases} \longrightarrow D_{f\times g}=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$$

$$f(x)\times g(x)=\left(x-\sqrt{x^2-4}\right)\left(x+\sqrt{x^2-4}\right)=x^2-x^2+4=4$$



۴

$$\frac{x-b}{2x^2-3x-5}=\frac{\frac{x}{2}-\frac{b}{2}}{x^2-\frac{3}{2}x-2.5}=\frac{ax+2}{x^2-mx+n} \longrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=2\times(-2)=-4 \\ m=\frac{3}{2} \\ n=-\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$am-bn=\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)-\left(-4\times\left(-\frac{5}{2}\right)\right)=\frac{3}{4}-10=-\frac{37}{4}=\boxed{-9.25}$$ ۵

$8x+b \neq 0 \to 8a=-b \to a=\frac{-b}{8}$

$g(x)=c$ عدد همواره یکی است

بنابراین x باید از بین برود تا ثابت باشد

$\to c=\frac{bx+2}{8x+b}$ ، $b=4$: $\frac{4x+2}{8x+4}=\frac{1}{2}$ ، $b=-4$: $\frac{-4x+2}{8x-4}=-\frac{1}{2}$

$\frac{ab}{c}$ ، if $b=4$: $\frac{a\times b}{c}=\frac{\frac{-b}{8}\times b}{\frac{1}{2}}=\frac{-\frac{1}{2}\times 4}{\frac{1}{2}}=\boxed{-4}$

if $b=-4$: $\frac{\frac{1}{2}\times(-4)}{-\frac{1}{2}}=\boxed{+4}$

۳

۶

$f=\frac{(2f-1)+1}{2} \to \left\{\left(-1,\frac{3+1}{2}\right),\left(2,\frac{7+1}{2}\right),\left(3,\frac{-5+1}{2}\right),\left(0,\frac{0+1}{2}\right)\right\}=\left\{(-1,2),(2,4),(3,-2),\left(0,\frac{1}{2}\right)\right\}$

$g=\{(2,4),(3,6),(-1,-4),(5,0)\}$

$\frac{2g}{f+g}=\frac{\{(2,8),(3,12),(-1,-8)\}}{\{(2,8),(3,4),(-1,-2)\}}=\boxed{\{(2,1),(3,3),(-1,4)\}} \to R_{\frac{2g}{f+g}}=\{1,3,4\}$

۳

۷

$a=d=-1$

$1=3a-2b=3(-1)-2b=-2b-3$

$4=-2b$

$-2=b \to c=a-3b \to c=-1-3(-2)=5$

$d+c=-1+5=\boxed{4}$

۳

۸

$-(x^2-x+m)\geq 0$

$x^2-x+m\leq 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \frac{1\pm\sqrt{1-4m}}{2} \xrightarrow{\text{مساوی باشند}} 1-4m=0 \to m=\frac{1}{4}$

$x=a \to f(a)=\sqrt{-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}=0$

$\frac{1}{2}$: $-$ 0 $+$

$a+b=\frac{1}{2}+0=\boxed{\frac{1}{2}}$

۳

۹

۳

$x^2+6x+b=0$

$\frac{-6\pm\sqrt{36-4b}}{2}$

$-3\pm\sqrt{9-b}$

$c=-3\pm\sqrt{9-b} \to f(x)=\frac{2x+a}{x^2+6x+9}=\frac{2x+a}{(x+3)^2}$

$c=-3 \to 9=b$

$\frac{1}{2}=\frac{2+a}{16} \to 2(2+a)=16 \to 2+a=8 \to a=6$

$a+b+c=6+9-3=\boxed{12}$

۱۰