نام و نام خانوادگی: نیما اطهاری   شماره تکلیف ۸   کلاس [illegible] A

۱

الف) $f(x)=\sqrt{x|x|} \to \left.\begin{matrix} x<0: x\cdot(-x)=-x^2 \to \times \\ x\geq 0: x\times x=x^2 \to \checkmark \end{matrix}\right\} D_f=[0,+\infty)$

$g(x)=x \to D_g=\mathbb{R}$ برابر نیستند.

ب) $f(x)=\frac{(x+2)(x+1)+x+2}{x^2+4x+4} \to \frac{x^2+2x+x+2+x+2}{x^2+4x+4}=1$

$g(x)=1$

برابرند.

ج) $f(x)=\frac{2\sin^2 x-3\sin x}{2\sin x-3} \Rightarrow 2\sin x\neq 3 \to \sin x\neq \frac{3}{2}$

$D_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$

$g(x)=2\sin x \to D_g=\mathbb{R}$

برابر نیستند.

د) $f(x)=\frac{x}{|x|} \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{0\}$

$g(x)=\frac{|x|}{x} \Rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{0\}$

برابرند.

۲

الف) $f(x)=\left[\frac{x^2}{x^2+1}\right] \to D_f=\mathbb{R}$

$g(x)=[x-[x]] \to D_g=\mathbb{R}$

برابرند.

ب) $f(x)=\frac{1}{[2x]} \to D_f=\mathbb{R}-[0, 0/5)$

$g(x)=\frac{1}{2[x]} \to D_g=\mathbb{R}-[0,1)$

برابر نیستند.

ج) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-|x|}} \to D_f=\phi$

$g(x)=\frac{1}{\sqrt{|x|-x}} \to D_f=\phi$

برابرند.

د) $f(x)=\begin{cases} \frac{x^3-x^2}{x-1} & ; x\neq 1 \\ & ; x=1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2(x-1)}{x-1}=x^2$

$g(x)=x^2+x \to x(x+1)$

برابر نیستند.

۳

$\left.\begin{matrix} f(x)+g(x)=x^2+x+1 \\ f(x)-g(x)=x^2-x+1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} f(x)=x^2+1 \\ g(x)=x \end{matrix}}$

$f^2(x)-g^2(x)=(f(x)+g(x))(f(x)-g(x))$

$\downarrow$

$(x^2+x+1)(x^2-x+1)=x^4-x^3+x^2+x^3-x^2+x+x^2-x+1=\boxed{x^4+x^2+1}$

۴

$f(x)=x-\sqrt{x^2-4}$

$g(x)=x+\sqrt{x^2-4}$

$f\times g=(x-\sqrt{x^2-4})\times(x+\sqrt{x^2-4})=(x)^2-(\sqrt{x^2-4})^2=x^2-x^2+4=4$

۵

$f(x)=\frac{ax+2}{x^2-mx+n}=g(x)=\frac{x-b}{2x^2-3x-5}=\frac{x-b}{2(x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2})}=\frac{x-b}{2(x+1)(x-\frac{5}{2})}$

$x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

$n=-\frac{5}{2}$

$m=\frac{3}{2}$

$2x(ax+2)=x-b \Rightarrow 2ax+4=x-b \to b=+4 \Rightarrow b=-4$

$2a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$

$am-bn \to \frac{1}{2}\times\frac{3}{2}-(-4)\times(-\frac{5}{2})=\frac{3}{4}-10=\boxed{-9/25}$

$f(x) = \frac{bx+۲}{۸x+b}$, $g(x) = c$, $D_g = \mathbb{R} - \{a\}$ $\Rightarrow \frac{bx+۲}{۸x+b} = c \to \left.\begin{array}{l} bx+۲ = c(۸x+b) \\ bx+۲ = ۸cx+bc \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} bx-۸cx = bc-۲ \\ x(b-۸c) = bc-۲ \end{array}\right\} x = \frac{bc-۲}{b-۸c}$

$\Rightarrow b \neq ۸c$

$۸x+b=۰ \Rightarrow x = -\frac{b}{۸} \Rightarrow \frac{bc-۲}{b-۸c} = -\frac{b}{۸} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} ۸(bc-۲) = -(b)(b-۸c) \\ \Rightarrow ۸bc-۱۶ = -b^۲+۸bc \end{array}\right\} \begin{array}{l} -۱۶ = -b^۲ \\ \Rightarrow b^۲ = ۱۶ \Rightarrow b = \pm ۴ \end{array}$ ۶

$\frac{ab}{c} \to \frac{(-\frac{b}{۸})b}{c} = -\frac{b^۲}{۸c} \begin{array}{l} b=۴ \to a = -\frac{۴}{۸} = -\frac{۱}{۲} \\ b=-۴ \to a = -\frac{-۴}{۸} = \frac{۱}{۲} \end{array} \Rightarrow \frac{ab}{c} = -\frac{۲}{c}$, $c \neq \frac{b}{۸}$, $b = \pm ۴ \Rightarrow \frac{ab}{c} \in \mathbb{R} - \{-\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۲}\} \Rightarrow \frac{ab}{c} = \pm \frac{۱}{۲}$

$۲f-۱ = \{(-۱,۳),(۲,۷),(۳,-۵),(۰,۰)\} \Rightarrow ۲f = \{(-۱,۴),(۲,۸),(۳,-۴),(۰,۱)\}$

$\Rightarrow f = \{(-۱,۲),(۲,۴),(۳,-۲),(۰,۰٫۵)\}$

$g = \{(۲,۴),(۳,۶),(-۱,-۴),(۵,۰)\}$ ✓

$\frac{۲g}{f+g} = \{(-۱, \frac{-۸}{-۲}),(۲, \frac{۸}{۸}),(۳, \frac{۱۲}{۴})\} \Rightarrow R = \{۴,۱,۳\}$

$f = \{(۳,a),(-۳,۳a-۲b),(c,۵),(۲,d)\} = g = \{(۲,-۱),(-۳,۱),(a-۲b,۵)\}$

$-۱+۶ = c \Rightarrow c = ۵$

$۵ = c$ $\quad a = d = -۱$ $\quad ۳a-۲b = ۱ \Rightarrow -۳-۲b = ۱ \Rightarrow -۲b = ۴ \Rightarrow b = -۲$

$d+c = -۱+۵ = \boxed{۴}$ ۸

$f(x) = \sqrt{-x^۲+x-m} = g(x) = \{(a,b)\}$

$-x^۲+x-m \geq ۰$

$\Rightarrow x^۲-x+m \leq ۰ \to x = \frac{۱ \pm \sqrt{۱-۴m}}{۲} \to ۱-۴m \geq ۰ \Rightarrow m \leq \frac{۱}{۴}$ $\Big\}$ $x = \frac{۱}{۲}$

$f(\frac{۱}{۲}) = \sqrt{-(\frac{۱}{۲})^۲+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴}} = \sqrt{-\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴}} = \sqrt{۰} = ۰ \Rightarrow g(x) = \{(a,b)\} = \{(\frac{۱}{۲},۰)\} \Rightarrow a+b = \frac{۱}{۲}+۰ = \boxed{\frac{۱}{۲}}$ ۹

$f(x) = \frac{۲x+a}{x^۲+۶x+b} = g(x) = \frac{۲}{x-c} \Rightarrow \frac{۲(x+\frac{a}{۲})}{x^۲+۶x+b} = \frac{۲}{x-c} \Rightarrow (x+\frac{a}{۲})(x-c) = x^۲+۶x+b$

$\Rightarrow -c = \frac{a}{۲} \Rightarrow c = -\frac{a}{۲} = -\frac{۶}{۲} = -۳$

$(x+\frac{a}{۲})^۲ = x^۲+۶x+b = x^۲+ax+(\frac{a}{۲})^۲$ ۱۰

$a+b+c = ۶+۹+(-۳) = \boxed{۱۲}$ $\quad$ ۳ $\quad (۳)^۲ = ۹$ $\quad a = ۶$ $\quad (۳)^۲ = ۹$