

17

مسئله 1:

5

الف) $f(x) = \sqrt{x|x|}$ و $g(x) = x$

پس مساوی نیستند

$\sqrt{x|x|} \geq 0 \rightarrow x \geq 0$

$Df = [0, +\infty)$ و $Dg = \mathbb{R}$

ب) $f(x) = \frac{(x+2)(x+1) + x + 2}{x^2 + 2x + 1}$ و $g(x) = 1$ مساوی هستند $Df \neq \mathbb{R} = Dg = \mathbb{R}$

$x^2 + 2x + 2 + x + 2 = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 1} = 1 \rightarrow f(x) = 1$

$\rightarrow f(x) = 1, g(x) = 1$ مساوی هستند

ج) $f(x) = \frac{4\sin^2 x - 4\sin x}{2\sin x - 2}$ و $g(x) = 2\sin x \rightarrow 2\sin x - 2 \neq 0$

بنابراین $2\sin x - 2 \neq 0$
 $\downarrow$
 مخرج $\neq 0$
 مخرج $\neq 0$
 مخرج $\neq 0$

$Df = \mathbb{R}, Dg = \mathbb{R}$ مساوی هستند

در فاصله $\frac{\pi}{2}$ و π استفاده کنیم $f(x) = g(x)$ می شود بنابراین این دو مساوی هستند

د) $f(x) = \frac{x}{|x|}$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$ مساوی هستند

$Df = \mathbb{R} - \{0\}$ و $Dg = \mathbb{R} - \{0\}$ مساوی هستند

با اعداد $\frac{\pi}{-1} = -\frac{\pi}{1}$ و $\frac{\pi}{-1} = -\frac{\pi}{1}$ عدد

با اعداد منفی و با اعداد مثبت مساوی می شوند
 هر دو مساوی -1 می شوند

الف) $f(x) = \left[\frac{x^2}{x^2+1} \right]$, $g(x) = [x - [x]]$

$Df = \mathbb{R}$, $Dg = \mathbb{R}$

ساوی هستند ✓

۲

~~برای $x=1, \omega$ داریم~~

باید این عدد در کدش مساوی صفر می شوند.

ب) $f(x) = \frac{1}{[2x]}$, $g(x) = \frac{1}{2[x]}$

ساوی نیستند ✓

$Df = \mathbb{R} - \{0\}$, $Dg = \mathbb{R} - \{0\}$

ب) $x=1, \omega \rightarrow f(1, \omega) = \frac{1}{2}$, $g(1, \omega) = \frac{1}{2}$

ج) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|-x}} \rightarrow \sqrt{|x|-x} \geq 0 \rightarrow x \geq 0$
 $\sqrt{x-|x|} \geq 0 \rightarrow x \geq 0$

$Df = [0, +\infty)$

ساوی نیست چون دامنه مساوی نیست ✓

$Dg = \mathbb{R}$

د) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & ; x \neq 1 \\ \frac{1}{2}x - 1 & ; x = 1 \end{cases}$, $g(x) = x^2 + x$

ساوی هستند ✓ ✓

$Df = \mathbb{R}$, $Dg = \mathbb{R}$

~~برای $x=1, \omega$ داریم~~

~~$f(1, \omega) = 1 - 1 = 0$~~

اما بگذاریم $x^2 + x = x^2 - x + 1 + x - 1 = x^2 - x + x - 1 = x^2 - 1$
 هر دو مساوی ۲ می شوند.
 اگر هم عددی غیر ۲ بگذاریم باز هم برابر می شوند.

~~$f(x) = \frac{1}{2}x - 1$~~
 $f(x) - g(x) + f(x) + g(x) = x^2 - x + 1 + x^2 + x + 1 \rightarrow 2f(x) =$
 $= 2x^2 + 2 - f(x) = x^2 + 1 \rightarrow f(x) = x^2 + 1$

۳

$f(x) + g(x) - f(x) + g(x) = x^2 + x + 1 + x - 1 - x^2 \rightarrow 2g(x) = 2x \rightarrow g(x) = x$

$f(x) - g(x) = (x^2 + 1) - (x) = x^2 + 2x + 1 - x^2 = x^2 + 2x + 1 = f(x) - g(x)$

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4}$$

$$x^2 - 4 \geq 0 \quad x^2 \geq 4 \quad x \geq 2 \quad x \leq -2$$

$$g(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}$$

→ من قبل

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4}$$

$$g(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}$$

۵/۱

$$Df = [2, +\infty) \quad Dg = [2, +\infty)$$

$$Df \cap Dg = [2, +\infty)$$

شغل با توجه به دامنه تلفه!

$$f(x) \times g(x) = (x - y)(x + y) = x^2 - y^2 = x^2 - (x^2 - 4) = 4 = y$$

دامنه تابع $f \times g$ باید می باشد

$$f(x) = \frac{ax + r}{x^2 - mx + n}$$

$$g(x) = \frac{x - b}{2x^2 - 5x - 2}$$

فرض می کنیم

تابع $g(x)$ برابر $f(x)$

دیس باید صورت قاع $g(x)$

بیزد برابر $f(x)$ باشد تا هر دو با هم

برابر شوند. بنابراین

$$\frac{x - (-2)}{2x^2 - 5x - 2} = \frac{a = \frac{1}{2}x + r}{x^2 - mx + n = \frac{2}{2}}$$

۵/۱

$$\rightarrow a = \frac{1}{2} \quad b = -2 \quad m = \frac{5}{2} \quad n = \frac{-2}{2}$$

ماصل a, m, b, n ؟

$$f(x) = \frac{bx + r}{\Lambda x + b}$$

$$g(x) = c$$

$$Dg = \mathbb{R} - \{a\}$$

ماصل $\frac{ab}{c}$ ؟

$$g(a) = \frac{ab}{c} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \Lambda x + b \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{-b}{\Lambda}$$

$$Df = \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \frac{bx + r}{\Lambda x + b} = c \rightarrow a = \frac{-b}{\Lambda}$$

برای اینکه $f(x)$ به ازای

هر مقدار x بجز $\frac{-b}{\Lambda}$

$$b = \frac{1}{2}c - r \quad a = \frac{1}{2}c - \frac{1}{2} \quad c = \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}$$

با $\Lambda x + b$ منبری از $bx + r$ باشد.

دی ط باید $\frac{1}{2}c - \frac{1}{2}$ باشد.

$$\frac{ab}{c} \rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = +\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = +\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$f = \{(-1, r), (r, v), (r, -d), (0, 0)\}$$

②.V

$$f = \{(-1, r), (r, r), (r, -r), (0, 0, d)\}$$

$$g = \{(r, r), (r, r), (-1, -r), (d, 0)\}$$

$$\frac{rg}{f+g} = \frac{(r, 1), (r, r), (-1, -1), (d, 0)}{(r, r), (-1, -r), (r, r)} = \{(r, 1), (r, r), (-1, r)\}$$

$$R \frac{rg}{f+g} = \{1\}, \{r\}, \{r\}$$

$$f = \{(r, a), (-r, ra - rb), (c, d), (r, d)\}$$

②.A

$$g = \{(r, -1), (-r, 1), (a - rb, d)\}$$

$$\rightarrow (r, a) = (r, d) = (r, -1)$$

$$\rightarrow (-r, ra - rb) = (-r, 1) \Rightarrow 1 = ra - rb$$

$$\rightarrow (a - rb, d) = (c, d) \Rightarrow a - rb = c$$

$$\begin{cases} ra - rb = 1 & ra - rb = 1 \\ a - rb = c & -ra + rb = -1d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -rb - 9b &= -11b \\ 1 - (-1d) &= 1d \end{aligned}$$

$$-11b = 1d - \frac{1d}{11} \quad b$$

$$\begin{cases} ra + \frac{r}{11} & \frac{r}{11} + ra \\ a + \frac{r}{11} = d & a + \frac{r}{11} = d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a &= r \\ ra - rb &= 1 \\ -r - rb &= 1 \\ -rb &= r \\ b &= -r \end{aligned}$$

$$ra - (-$$

$$a - rb = -1 - (rx - r) = -1 - (-9) = -1 + 9 = d$$

$$a = -1 \quad d = -1$$

$$b = -r$$

$$c = d \quad d + c = -1 + d = \textcircled{f}$$

~~$$f(x) = \frac{2x+a}{x^2+4x+b}$$~~
~~$$f(x) = \frac{2x+a}{x^2+4x+b}$$~~
~~$$f(x) = \frac{2x+a}{x^2+4x+b}$$~~

~~$$f(x) = \frac{2x+a}{x^2+4x+b}$$~~
~~$$f(x) = \frac{2x+a}{x^2+4x+b}$$~~
~~$$f(x) = \frac{2x+a}{x^2+4x+b}$$~~

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + x - m}$$

$$g(x) = \{(a, b)\}$$

$$\downarrow \quad \searrow Rg$$

$$Dg$$

$$-x^2 + x - m \geq 0$$

$$-(x-m)^2 \rightarrow m = \frac{1}{4} \rightarrow -(x - \frac{1}{4})^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}, y = 0 \rightarrow a+b = \frac{1}{4}$$

$$a+b = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{2x+a}{x^2+4x+b} = g(x) = \frac{x}{x-c}$$

$$\frac{2x+a}{x^2+4x+b} \Rightarrow \frac{2x+a}{(x+2)(x+1)} \rightarrow \frac{2x+a}{x^2+4x+9} = \frac{x}{x-c}$$

$$2x+a=2$$

$$x^2+4x+9 = (x+5)^2 \rightarrow b=9$$

$$\frac{2x+a}{(x+5)^2} = \frac{x}{x-c} \rightarrow a=4 \rightarrow \frac{2x+4}{(x+5)^2} = \frac{(x+5)}{(x+5)^2} = \frac{1}{x+5} = \frac{x}{x-c}$$

$$\Rightarrow c = -5 \rightarrow c = -5, b = 9, a = 4$$

9. $g(x)$ دارای یک دانه است
بنابراین تابع $f(x)$ هم باید یک
عضو دانه داشته باشد پس
زیرادیکال صفر شود

$$\rightarrow a = \frac{1}{4}, b = 0$$

10.

$$a+b+c =$$

$$4+9+(-5) = 12$$