

۲۵

$y = \sqrt{x f(x)}$ ریشه‌ها $\rightarrow$ x ریشه‌ها $\leftarrow$ $f(x)$ ریشه‌ها $\leftarrow$ $\begin{matrix} 5 \\ 2 \\ -5 \end{matrix}$

$\Rightarrow x f(x) \geq 0 \Rightarrow \frac{-5}{-} \frac{0}{+} \frac{2}{-} \frac{5}{+}$ $\Rightarrow D_f = [-5, 0] \cup [2, 5]$

$y = \sqrt{\frac{-x}{f(x)}} \Rightarrow \frac{-x}{f(x)} \geq 0$ و $f(x) \neq 0 \Rightarrow$ ریشه‌ها $\leftarrow$ $\begin{matrix} -x: 0 \\ f(x): \{ -5, 2, 0 \} \end{matrix}$

$\Rightarrow \frac{-3}{-} \frac{0}{+} \frac{2}{-} \frac{5}{+}$ $\Rightarrow D_f = (-3, 0) \cup (0, 2)$

با توجه به اینکه نمودار به ازای x های بیشتر از ۵ تعریف نمی شود، پس دامنه فقط $(-3, 0) \cup (0, 2)$ است که شامل ۳ عدد صحیح $\{ -2, -1, 0 \}$ می شود.

$f(x) - 2f(2) = x^2 - 3x + 4 \xrightarrow{x=2} f(2) - 2f(2) = 2^2 - 6 + 4 = 2$

$\Rightarrow -f(2) = 2 \Rightarrow f(2) = -2$

$f(-2)? \xrightarrow{x=-2} f(-2) = 2f(2) = (-2)^2 + 6 + 4$

$\Rightarrow f(-2) - 2(-2) = 14 \Rightarrow f(-2) = 10$

$f(f(5)) + f(f(1)) \rightarrow f(2) + f(5) = 7 + 2 = 9$

$5 - \sqrt{5+4} = 2(1) + 3 = 5$ $2(2) + 3 = 7$ $5 - \sqrt{5+4} = 2$

$5 - 3 = 2$

می دانیم $f(x) = ax^2 - bx + 2$ پس برای ایزین بودن متغیرهای a و b ، x را معادل صفر قرار می دهیم:

$f(0) = 0 \times a - 0 \times b + 2 = 2$

و سپس برای اینکه بتوانیم x و x^2 را با هم فاکتور بگیریم، باید $x^2 = x$ پس این بار x را معادل یک قرار می دهیم.

$f(1) = a(1^2) - b(1) + 2 = a - b + 2$

حالا در تساوی $f(x-1) - f(x) = 4x + 2$ ، x را معادل یک قرار می دهیم، در این صورت $f(x-1) = f(0)$ و $f(x) = f(1)$ ؛ حالا این معادله را حل می کنیم:

$f(x-1) - f(x) = 4x + 2 \xrightarrow{x=1} f(0) - f(1) = 4(1) + 2 \Rightarrow 2 - (a - b + 2) = 4 + 2$

$\Rightarrow 2 - 4 - 2 = a - b + 2 \Rightarrow 2 - 4 - 2 - 2 = a - b \Rightarrow -1 = a - b$

$$f(n) = \frac{n^2 + 2n + 5}{n^2 + 2n + 7} = \frac{(n+2)^2 + 1}{(n+2)^2 + 3}$$

$$f(\sqrt{3} - 2) = \frac{(\sqrt{3} - 2 + 2)^2 + 1}{(\sqrt{3} - 2 + 2)^2 + 3} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 1}{(\sqrt{3})^2 + 3} = \frac{3+1}{3+3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$f\left(n - \frac{1}{n}\right) = \frac{n^4 + 1}{n^2} = \frac{n^4}{n^2} + \frac{1}{n^2} = n^2 + \frac{1}{n^2} = \left(n - \frac{1}{n}\right)^2 + 2$$

پس در واقع ما ۳- را برابر با $n - \frac{1}{n}$ قرار می دهیم:

$$f(-3) = (-3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$$

$$g(n) = \sqrt{9 - n^2} \rightarrow 9 - n^2 \geq 0 \Rightarrow 9 \geq n^2 \Rightarrow n = [-3, 3]$$

$$D_f \cap D_g = \{0, 1, 2\}$$

$$\text{الف) } \frac{f}{g} = \left\{ \left(2, \frac{0}{\sqrt{5}}\right), \left(1, \frac{-4}{\sqrt{18}}\right), \left(0, \frac{2}{3}\right) \right\} = \left\{ (2, 0), (1, -\sqrt{2}), \left(0, \frac{2}{3}\right) \right\}$$

$$\text{ب) } \frac{g}{f} = \left\{ \left(2, \frac{\sqrt{5}}{0}\right), \left(1, \frac{\sqrt{18}}{-4}\right), \left(0, \frac{3}{2}\right) \right\} \Rightarrow \left\{ \left(1, \frac{1}{-\sqrt{2}}\right), \left(0, \frac{3}{2}\right) \right\}$$

$$\text{الف) } 2 \cdot f(n) = \{(2, 2), (3, 8), (-5, 4), (1, -4)\}$$

$$\text{ب) } f(n) + 1 = \{(2, 2), (3, 5), (-5, 3), (1, -1)\}$$

$$\text{ج) } 3f^2(n) + 1 = \{(2, 4), (3, 49), (-5, 13), (1, 13)\}$$

$$\text{د) } f(2n) = \left\{ \left(1, 1\right), \left(\frac{3}{2}, 4\right), \left(\frac{-5}{2}, 2\right), \left(\frac{1}{2}, -2\right) \right\}$$

$$D_f \cap D_g = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{الف) } f - g = \{(1, 4), (2, 2), (3, 2)\}$$

$$\text{ب) } \frac{2f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{2}{0}\right), \left(2, \frac{4}{1}\right), \left(3, \frac{2}{-1}\right) \right\} \Rightarrow \{(2, 4), (3, -2)\}$$