پایان ریاضی

۱۵/۵

۵/۲۵

۱ $\dfrac{x+2}{4x^3-20x^2+31x-15}$ جمع ضرایب صورت ... در نتیجه یکی از ریشه‌ها ۱ است

$4x^3-20x^2+31x-15 \,\big|\, x-1$ → $4x^2-16x+15$

$4x^2-16x+15=(2x-3)(2x-5)$

$\cancel{D_f=\mathbb{R}-\{5, 3, 1\}}$

$\dfrac{x+3}{x^3-x^2-8x-4}$

---

۲ الف) $\dfrac{x+1}{x-\sqrt{3-2x}} \Rightarrow 3-2x\geq 0 \quad x\leq 1/5$, $2x\leq 3$; $\left.\begin{array}{l} x-\sqrt{3-2x}\neq 0 \\ \sqrt{3-2x}\neq x \\ x=\mathbb{R}-\{1\}\end{array}\right\}\Rightarrow D_f=(-\infty, 1/5]-\{1\}$

۱/۲۵

ب) $\dfrac{x+2}{x-\sqrt{3x-2}} \Rightarrow 3x-2\geq 0$, $x\geq \frac{2}{3}$; $\left.\begin{array}{l} x-\sqrt{3x-2}\neq 0 \\ \sqrt{3x-2}\neq x \\ \cancel{x=\mathbb{R}-\{1\}}\end{array}\right\}\Rightarrow \cancel{D_f=[\tfrac{2}{3},+\infty)-\{1\}}$

$x^2\neq 3x-2$

$x^2-3x+2\neq 0 \quad (x-1)(x-2)$

$x=2$

$x=1$

---

۳ الف) $\dfrac{\sin x}{2\cos x-1}$ $\quad 2\cos x-1\neq 0 \quad 2\cos x\neq 1 \quad D_f=\mathbb{R}-\{2k\pi+\frac{\pi}{3}, 2k\pi-\frac{\pi}{3}\}$

ب) $\dfrac{\cos x+1}{2\sin x+1}$ $\quad 2\sin x+1\neq 0 \quad \sin x\neq -\frac{1}{2} \quad D_f=\mathbb{R}-\{2k\pi-\frac{\pi}{6}, 2k\pi-\frac{5\pi}{6}\}$

ج) $\dfrac{\tan x+2}{\cot x-1}$ $\quad \cot x\neq 1 \quad D_f=\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{2}, k\pi+\frac{\pi}{4}\}$

$\sin x\neq 0$

$\cos x\neq 0$

۱۱۵

$\dfrac{\sin x+1}{4\sin^2 x-3}$ $\quad 4\sin^2 x$

---

۴ الف) $x^2-5x+6>0 \quad (x-2)(x-3)$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 2 & & 3 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \quad D_f=(-\infty, 2)\cup(3,+\infty)$

ب) $x^2-6x+5>0 \quad (x-1)(x-5)$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 1 & & 5 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \quad D_f=(1, 5)$

ج) $x^2+6x+5\geq 0 \quad (x+1)(x+5)$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -5 & & -1 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \quad (-\infty, -5]\cup[-1, +\infty)$

د) $x^2-7x+6\leq 0 \quad (x-1)(x-6)$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 1 & & 6 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \quad D_f=[1, 6]$

۳

---

۵ الف) $\dfrac{x^2-3x+2}{x-5}<0 \quad \dfrac{(x-1)(x-2)}{x-5}<0$ $\quad \begin{array}{ccccccc} & 1 & & 2 & & 5 & \\ - & 0 & + & 0 & - & \text{ن} & + \end{array}$

$D_f=(-\infty, 1]\cup[2, 5)$

ب) $\dfrac{x^2-1}{x^2-6x+5}\geq 0 \quad \dfrac{x^2-1}{(x-1)(x-5)}$ $\quad \cancel{\begin{array}{ccccc} & 1 & & 5 & \\ - & \text{ن} & & \text{ن} & + \end{array}}$

$\cancel{D_f=(5, +\infty)}$

۱

۶ الف) $\sqrt{\frac{x^2-4x+3}{x^3-1}}$ $\sqrt{\frac{(x-1)(x-3)}{x^3-1}}$ $\quad 1^{*} \quad 3 \quad - \bigcirc - \bigcirc +$ $\quad D_f=[3,+\infty)$

۱,۷۵

ب) $\sqrt[3]{\frac{x^2-4x+3}{x^2-1}}=\sqrt[3]{\frac{(x-1)(x-3)}{x^2-1}}$ $\quad D_f=\mathbb{R}-\cancel{\{1\}}$

$x^2-1\neq0 \to x\neq\pm1$

---

۷ الف) $\log(x^2-3x)$ $\quad x^2-3x>0 \quad x^2>3x \Longrightarrow D_f=(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

ب) $\log_{|x|-2}(16-x^2)$ $\quad |x|-2>0 \quad |x|-2\neq1 \quad 16-x^2>0 \quad x^2<16 \quad x<4 \Rightarrow D_f=(-\infty,-2)\cup(2,4)$

ج) $\log_{10-x}\frac{x^2-7x+12}{x-3}$ $\quad 10-x\neq1 \quad 10-x>0 \quad \frac{(x-3)(x-4)}{x-3}$ $\quad 3^{*} \quad 4 \quad - \bigcirc - \bigcirc +$ $\quad D_f=(4,10)-\{9\}$

۳

د) $\sqrt{x^2-11x+28}+\log_x\sqrt{49-x^2}$ $\quad \sqrt{(x-4)(x-7)}$ $\quad 4 \quad 7 \quad + \mid - \mid +$ $\quad x<7 \quad x\neq1 \quad x>0$ $\quad D_f=(0,4]-\{1\}$

۸

$\frac{x^2-x}{x^2+x}=\frac{x(x-1)}{x(x+1)}$

	-1	0	1	
x^2-x	$+$	$+ \ 0$	$- \ 0$	$+$
x^2+x	$+ \ 0$	$- \ 0$	$+$	$+$
	$+ \ \bigcirc$	$- \ \bigcirc$	$-$	$+$

$-1 \quad 0^{*} \quad 1$

$+ \bigcirc - \bigcirc - \ 0 \ +$

۲

۹

$\sqrt{\frac{x-f(x)}{f(x)}}$ $\quad f(x)\neq0$

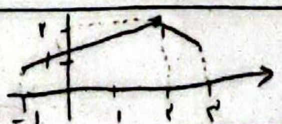
	-2	-1	2	3	
$x-f(x)$	$-$	$- \ 0$	$+$	$+ \ 0$	$-$
$f(x)$	$+ \ 0$	$-$	$- \ 0$	$+$	$+$
	$-$	$\bigcirc \ +$	$0 \ -$	$\bigcirc \ +$	$0 \ -$

$D_f=(-2,-1]\cup(2,3]$

۳

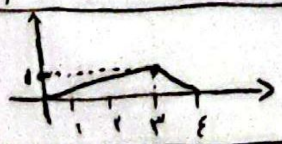
---

۱۰ الف) $f(x)+1$

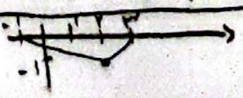


۲

ب) $f(x-1)$



ج) $-f(x)$



د) $f(x+1)+2$