مهدی مومنی — به نام خدا — ۱۶٫۲۵ — دهم

۱)

الف) $y^3 - x = 2x^2$ تعریف ریاضی → $y_1^3 = 2x^2 + x$, $y_2^3 = 2x^2 + x$ ⟹ $y_1^3 = y_2^3$ → تابع است — ۰٫۷۵

ب) $|y| + x^2 = x + 3$ مثال نقض → if $x = 0 \to |y| = 3 \to y = \pm 3$ → تابع نیست

ج) $\sqrt{x-4} + |y-2| = 0$ مثال نقض → if $x = 5 \to \sqrt{5-4} + |y-2| = 0 \to |y-2| = -1$ ← قدر مطلق همواره مثبت پس تابع نیست

د) $x = \cos y$ مثال نقض → if $x = 1 \to 1 = \cos y \to y = 90^\circ , 270^\circ$ → تابع نیست

---

۲) ۱٫۷۵

الف) $y = \frac{x+4}{x^2-4x} \to x^2 - 4x = 0 \to x(x-4) = 0$ → $x = 0$ ، $x - 4 = 0 \to x = 4$ → $R - [0,4]$

ب) $y = \frac{x+4}{x^2-7x+16} \to \Delta = b^2 - 4ac \to 49 - 4(1\times16) = -15$ دلتا منفی پس ریشه ندارد → IR

ج) $y = \frac{x+4}{x^2+x+4} \to \Delta = b^2 - 4ac \to 1^2 - 4(4\times1) = 1 - 16 = -15$ دلتا منفی پس ریشه ندارد → IR

د) $y = \frac{x+4}{x^4-4x^2} \to x^4 - 4x^2 = 0 \to x^2(x^2-4) = 0$ → $x^2 = 0 \to x = 0$ ، $x^2 - 4 = 0 \to x^2 = 4 \to x = 2 , -2$ → ~~$IR - [0,2]$~~

---

۳) ۱٫۵

الف) $y = \sqrt{6-x} + \sqrt{x-2} \to 6 - x \geq 0 \to x \leq 6$ ، $x - 2 \geq 0 \to x \geq 2$ → $D_f = [2,6]$

ب) $y = \frac{3x+1}{x^2+1} \to x^2 + 1 \neq 0 \to x^2 = -1$ → نمی‌شود → $D_f = \{x \in R\}$

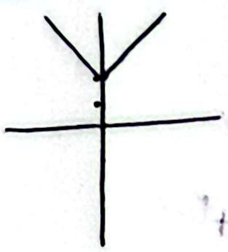
ج) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4} \to x - 4 = 0 \to x = 4$ → ~~$D_f = R - [4]$~~

د) $y = \frac{2x+3}{|x|+x^2} \to |x| + x^2 = 0$ → جمع دو مثبت صفر نمی‌شود → $x = 0$ → $D_f = IR - [0]$

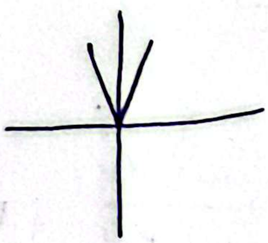
---

۴) ۲

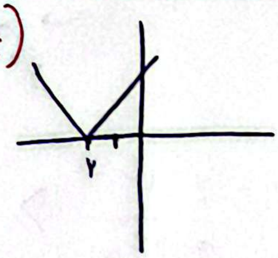
الف)



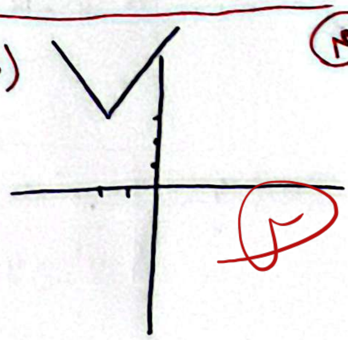
ب)

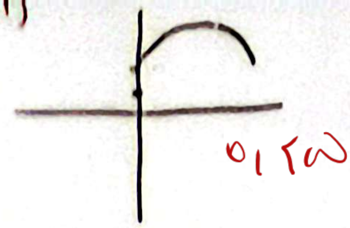


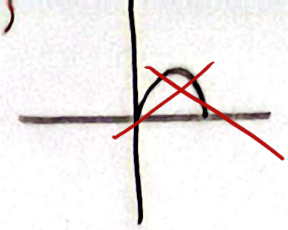
ج)

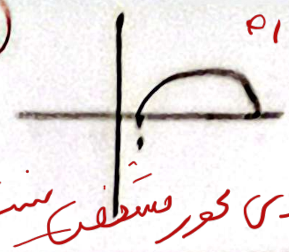


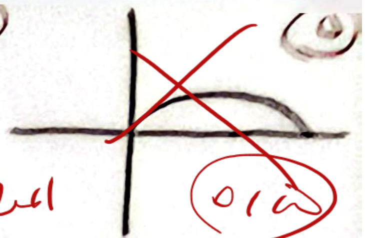
د)











۶) الف) $y=(x-2)(x-3)(x-4) \rightarrow$ (2 ، 3 ، 4 : $- \; + \; - \; +$) $D_f=[4,+\infty)\cup[2,3]$ ۲

ب) $y=(x-2)(x-3)^2(x-4)$ (2 ، 3^* ، 4 : $+ \; - \; - \; +$) $D_f=[4,+\infty)\cup(-\infty,2]$

۷) الف) $y=\dfrac{(x-2)(x-4)}{x-3}$ (2 ، 3 ، 4 : $- \; + \; - \; +$) $D_f=[4,+\infty)\cup[2,3)$ ۲

ب) $y=\dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ (2 ، 3^* ، 4 : $+ \; - \; - \; +$) $D_f=[4,+\infty)\cup(-\infty,2]$

۸) الف) $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-3} \rightarrow \dfrac{(x-2)(x-1)}{x-3}$ (1 ، 2 ، 3 : $- \; + \; - \; +$) $D_f=(3,+\infty)\cup[1,2]$ ۱

ب) $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3} \rightarrow \dfrac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x-3)}$ (1^* ، 2 ، 3 : $+ \; + \; - \; +$) $D_f=R-[2,3]\cup[1]$

۹) الف) $y=\dfrac{x^4-x^2}{x^2+x+3} \rightarrow \dfrac{x^2(x^2-1)}{}$ مزدوج (-1 ، 0^* ، 1 : $+ \; - \; - \; +$) $D_f=[1,+\infty)\cup(-\infty,\ldots$ ۲

دلتا منفی و ریشه ندارد

ب) $y=\dfrac{x^2+3x+4}{x^2+2x+3} \rightarrow$ دلتا صورت و مخرج منفی است ← این عبارت برای x اعداد حقیقی مثبت است $\rightarrow x\in R$

۱۰) الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^3-1}{x^3-x}} \rightarrow \dfrac{x^3-1}{x^3-x}\geq 0$ ($x=1$ ریشه ؛ $0,\pm1$) (-1 ، 0 ، 1^* : $+ \; - \; + \; +$) $D_f=(1,+\infty)\cup(0,1)\cup(-1,-\infty)$ ۲

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-16}{x^2-5x+4}} \rightarrow \dfrac{x^2-16}{x^2-5x+4}\geq 0 \rightarrow \dfrac{(x+4)(x-4)}{(x-1)(x-4)}$ (-4 ، 1 ، 4^* : $+ \; - \; + \; +$)

$D_f=(4,+\infty)\cup(1,4)\cup[-4,\ldots$