نام و نام خانوادگی ... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۳ کلاس ... شنبه

۱

الف) $y^3 - x = 2x^2 \Rightarrow \begin{matrix} y_1^3 = 2x^2 + x \\ y_2^3 = 2x^2 + x \end{matrix} \Big\} y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است. ✓

ب) $|y| + x^2 = x + 3$

مثال نقض $x = 1 \Rightarrow |y| + 1 = 4 \Rightarrow |y| = 3 \Rightarrow y = \pm 3$ تابع نیست ✗

ج) $\underbrace{\sqrt{x-4}}_{\text{نامنفی}} + \underbrace{|y-2|}_{\text{نامنفی}} = 0 \begin{cases} \sqrt{x-4} = 0 \Rightarrow x = 4 \\ |y-2| = 0 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$ نقطه ۴ ۲ تابع است ✓

د) $\frac{x}{0} = \underbrace{\cos y}_{0}$ مثال نقض $\Rightarrow x = 0 \rightarrow 0 = \cos y \rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y = 90, 270, \ldots$ تابع نیست ✗

۲

الف) $y = \frac{x+4}{x^2 - 4x}$ $x^2 - 4x \neq 0$ $x(x-4) \neq 0$ $D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

ب) $y = \frac{x+4}{x^2 - 7x + 19}$ $x^2 - 7x + 19 \neq 0 \rightarrow \Delta =$ منفی (ریشه ندارد) $D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{x+4}{x^2 + x + 4}$ $x^2 + x + 4 \neq 0 \rightarrow \Delta =$ منفی (ریشه ندارد) $D_f = \mathbb{R}$

د) $y = \frac{x+4}{x^4 - 4x^2}$ $x^4 - 4x^2 \neq 0 \rightarrow x^2(x-2)(x+2) \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$

۳

الف) $y = \sqrt{9-x} + \sqrt{x-2}$ $9 - x \geq 0 \rightarrow 9 \geq x$ $x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$ $D_f = [2, 9]$

ب) $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$ $x^2 + 1 \neq 0 \rightarrow x^2 \neq \pm 1 \rightarrow x \neq \pm 1$ $D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

ج) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$ $x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$ $\Big\}$ $x - 4 \neq 0$ $x \neq 4$ $D_f = [2, 4) \cup (4, +\infty)$

د) $y = \frac{2x+3}{|x| + x^2}$ $\underbrace{|x|}_{\text{نامنفی}} + \underbrace{x^2}_{\text{نامنفی}} \neq 0$ پس نقطه $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

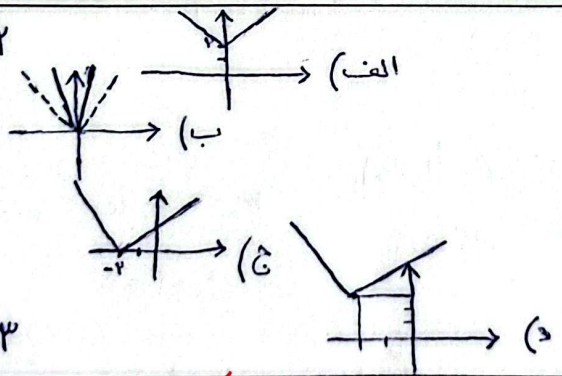
۴

الف) $y = |x| + 2$

ب) $y = 2|x|$

ج) $y = |x+2|$

د) $y = |x+2| + 3$



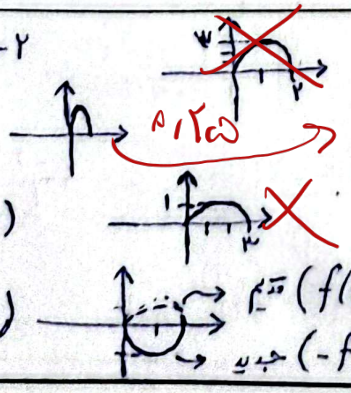
۵

الف) $f(x) + 2$

ب) $2f(x)$

ج) $f(x-1)$

د) $-f(x)$



۶ الف) $y=\frac{(x-2)(x-3)(x-4)}{2\quad 3\quad 4}$ ریشه‌ها: $2,3,4$ — علامت: $-\ +\ -\ +$ → $[2,3]\cup[4,+\infty)$

ب) $y=\frac{(x-2)(x-3)^{2}(x-4)}{2\quad \overset{*}{3}\ \text{مضاعف}\quad 4}$ ریشه‌ها: $2,3,4$ — علامت: $+\ -\ -\ +$ → $(-\infty,2]\cup\{3\}\cup[4,+\infty)$ (۳)

۷ الف) $y=\frac{(x^{2}-2)(x^{2}-4)}{x^{3}-1^{3}}$ ریشه‌ها: $2,3,4$ — علامت: $+\ -\ \text{ن ت}\ +$ → $[2,3)\cup[4,+\infty)$

ب) $y=\frac{(x^{2}-2)(x^{2}-4)}{(x-3)^{2}}$ ریشه‌ها: $2,3,4$ — علامت: $+\ -\ \text{ن ت}\ -\ +$ → $(-\infty,2]\cup[4,+\infty)$ (۲)

ریشه مضاعف

۸ الف) $y=\frac{x^{3}-3x+2}{x-3}$

$x^{3}-3x+2 \mid x-1$; $-x^{3}+x^{2}$; $x^{2}+x-2$; $-x^{2}+3x$; $2x+2$; $-2x+2$; 0

$x^{2}+x-2 \Rightarrow (x+2)(x-1)$

$\frac{(x+2)(x-1)}{x-3}$ ریشه‌ها: $-2,1,3$ — علامت: $-\ +\ +\ \text{ن ت}\ +$ → $[-2,1]\cup(3,+\infty)$ (۱٫۷۵)

(۱٫۷۵)

ب) $y=\frac{x^{2}-3x+2}{x^{2}-4x+3}=\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)}$ ریشه‌ها: $1,2,3$ — علامت: $+\ \text{ن ت}\ +\ -\ \text{ن ت}\ +$ → $(-\infty,1)\cup(1,2]\cup(3,+\infty)$ ✓

۹ الف) $y=\frac{x^{4}-x^{2}}{x^{2}+x+2}\rightarrow x^{2}(x^{2}-1)\Rightarrow$ ریشه‌ها: $-1,0,1$ — علامت: $+\ -\ -\ -\ +$ → $(-\infty,-1]\cup\{0\}\cup[1,+\infty)$ (۳)

$x^{2}+x+2 \rightarrow \Delta=$ منفی ✗

ب) $y=\frac{x^{2}+3x+4}{x^{2}+2x+3}$

$x^{2}+3x+4 \rightarrow \Delta=$ منفی (ریشه ندارد)

$x^{2}+2x+3 \rightarrow \Delta=$ منفی (ریشه ندارد)

ریشه ندارد، تعیین علامت $=+$ ↓ همیشه مثبت

ریشه ندارد: $+$

۱۰ الف) $y=\sqrt{\frac{x^{3}-1}{x^{3}-x}}$ $\quad \frac{x^{3}-1}{x^{3}-x}\geq 0$ $\quad x^{3}-1=0\rightarrow x=1$ ریشه

$\frac{x^{3}-1}{x(x^{2}-1)}$; $x=0$, $x^{2}-1=0\rightarrow x=\pm 1$

ریشه‌ها: $-1,0,1$ — علامت: $+\ \text{ن ت}\ -\ \text{ن ت}\ +\ \text{ن ت}\ -$

$D_f=(-\infty,-1)\cup(0,1)\cup(1,+\infty)$ (۳)

ب) $y=\sqrt{\frac{x^{2}-16}{x^{2}-5x+4}}$ $\quad \frac{x^{2}-16}{x^{2}-5x+4}\geq 0$

$\frac{(x-4)(x+4)}{(x-1)(x-4)}\Rightarrow$ ریشه‌ها: $-4,1,4$ — علامت: $+\ -\ \text{ن ت}\ +\ \text{ن ت}\ +$

$D_f=(-\infty,-4]\cup(1,4)\cup\underset{\text{مضاعف}}{(4,+\infty)}$