

طبق تعریف ریاضی $y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است.

$\Rightarrow y = \pm 3$ ~~✗~~
 مثال نقض
 فقط نقطه
 $[4]$ در این
 تابع صدق
 می‌کند
 $\Rightarrow y = 2$
 جمع دو $\rightarrow 0 = \sqrt{x-4} + |y-2|$ ~~✗~~
 مقدار نامنفی برابر صفر شده است
 پس هر دو صفر بوده اند
 $|y-2| = 0 \Rightarrow y = 2$
 $x = \cos y$ $\frac{x=0}{\text{مثال نقض}} \rightarrow 0 = \cos y$
 $\Rightarrow y = \frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ ~~✗~~

الف) $y = \frac{x+4}{x^2-4x}$ $\rightarrow x(x-4)$ $\begin{matrix} \text{ریشه های} \\ \text{مخرج} \end{matrix} \begin{matrix} 0 \\ 4 \end{matrix} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

ب) $y = \frac{x+4}{x^2-4x+4}$ $\Delta = (-4)^2 - 4(1 \times 1) = 16 - 4 = 12 \Rightarrow$ $\begin{matrix} \text{مخرج ریشه ندارد} \\ \text{و همگام صفر نمی شود} \end{matrix} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{x+4}{x^2+x+4}$ $\Delta = 1^2 - 4(4 \times 1) = 1 - 16 = -15 \Rightarrow$ $\begin{matrix} \text{مخرج ریشه ندارد و همگام صفر} \\ \text{نمی شود} \end{matrix} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

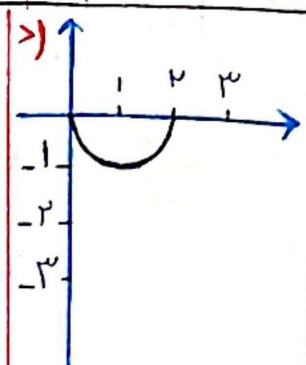
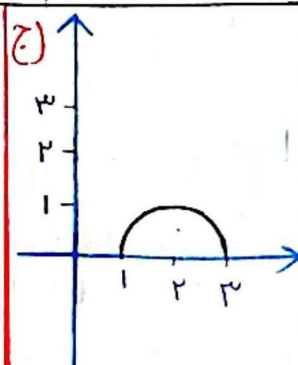
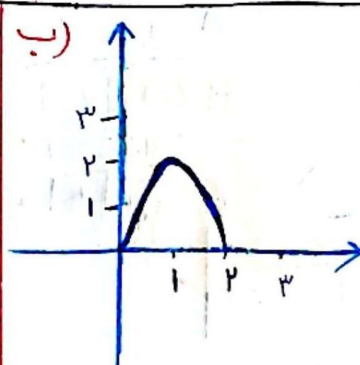
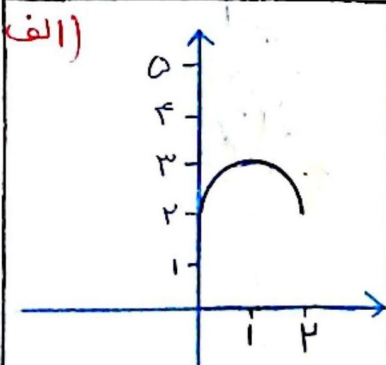
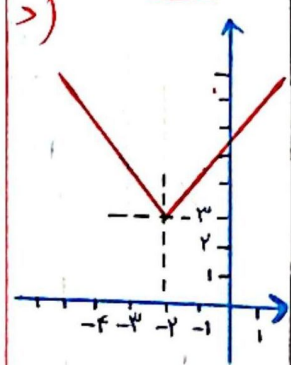
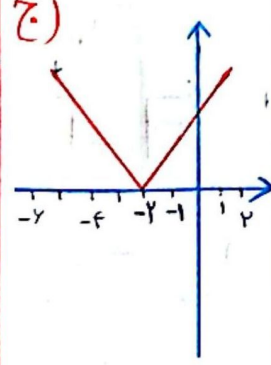
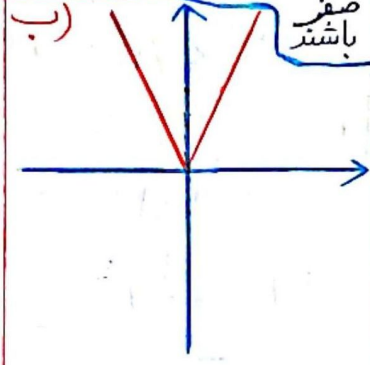
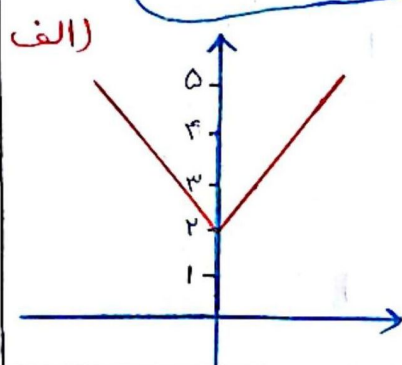
د) $y = \frac{x+4}{x^2-4x^2}$ $\rightarrow x^2(x^2-4) = x^2(x-2)(x+2)$ $\begin{matrix} \text{ریشه های} \\ \text{مخرج} \end{matrix} \begin{matrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{matrix} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, 2, -2\}$

الف) $y = \sqrt{6-x} + \sqrt{x-2}$ $\left. \begin{array}{l} 6-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 6 \\ x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \end{array} \right\} \Rightarrow x = [2, 6]$

ب) $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$ $\rightarrow$ جمیع دو مقدار مثبت هیچگاه صفر نمی شود. $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$ $\rightarrow \left. \begin{array}{l} x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \\ x-4 \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = [2, +\infty) - \{4\}$

د) $y = \frac{2x+3}{|x|+x}$ $\rightarrow$ جمیع دو مقدار مثبت هیچگاه صفر نمی شود. $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$



الف) $(x-2)(x-3)(x-4)$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} - \\ + \\ - \\ + \end{array}$

ب) $(x-2)(x-3)^2(x-4)$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} 2 \\ 3^* \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} 2 \\ 3^* \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

الف) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{x-3}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} 2 \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} - \\ + \\ - \\ + \end{array}$

ب) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} 2 \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} 2 \\ 3^* \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

الف) $y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x-3}$ جمع ضرایب $\rightarrow 1 - 3 + 2 = 0 \rightarrow x-1$ بخش پذیر است
 $y = (x-1)(x^2 + x - 2) = (x-1)(x+2)(x-1)$

ب) $y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 3}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} -1 \\ 2 \end{array}$ $\begin{array}{c} -1 \\ 2 \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

الف) $y = \frac{x^2 - x}{x^2 + x + 2}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} -1 \\ 0 \end{array}$ $\begin{array}{c} -1 \\ 0 \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

ب) $y = \frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x + 3}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} -1 \\ 0 \end{array}$ $\begin{array}{c} -1 \\ 0 \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

عبارت ریشه ندارد و در ازای هر مقدار x مثبت است.

الف) $y = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x^3 - x}} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x(x^2 - 1)}} = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x(x+1)(x-1)}}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} -1 \\ 0 \\ 1 \end{array}$ $\begin{array}{c} -1 \\ 0 \\ 1 \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

ب) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4}} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{(x+4)(x-4)}{(x-1)(x-4)}}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} -4 \\ 1 \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} -4 \\ 1 \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

$D_f = (-\infty, -4] \cup (1, 4) \cup (4, +\infty)$