

طبق تعریف ریاضی تابع $y_1 = y_2 \Rightarrow y_1 = y_2$ است.

الف) $y^3 - x = 2x^2 \Rightarrow y^3 = 2x^2 + x$
 ب) $|y| + x^2 = x + 3 \Rightarrow |y| = x + 3 - x^2$
 ج) $\sqrt{x-4} + |y-2| = 0$ مثال نقض
 د) $|y| = 1 + 3 - 1 = 3 \Rightarrow y = \pm 3$ فقط نقطه

مقدار نامفی برابر صفر شده است پس هر دو صفر بوده اند $|y-2|=0 \Rightarrow y=2$

د) $x = \cos y$ $x=0 \Rightarrow 0 = \cos y$
 $\Rightarrow y = \frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$... مثال نقض

الف) $y = \frac{x+4}{x^2-4x}$ ریشه های ۰ و ۴ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

ب) $y = \frac{x+4}{x^2-7x+12}$ $\Delta = (-7)^2 - 4(1 \times 12) = 49 - 48 = 1$ مخرج ریشه ندارد
 $D_f = \mathbb{R}$ و همگانه صفر نمی شود

ج) $y = \frac{x+4}{x^2+x+4}$ $\Delta = 1^2 - 4(4 \times 1) = 1 - 16 = -15$ مخرج ریشه ندارد و همگانه صفر نمی شود
 $D_f = \mathbb{R}$

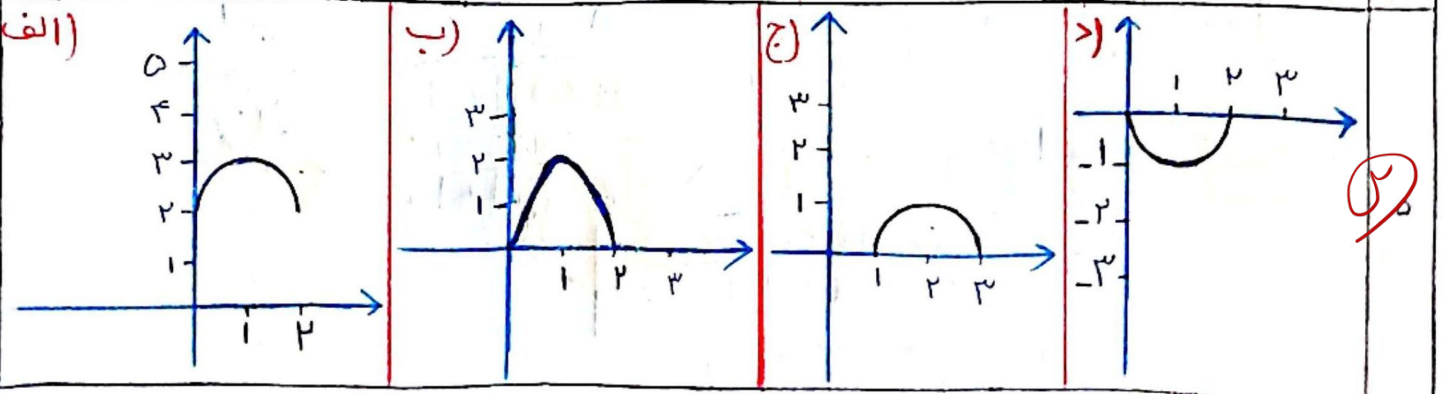
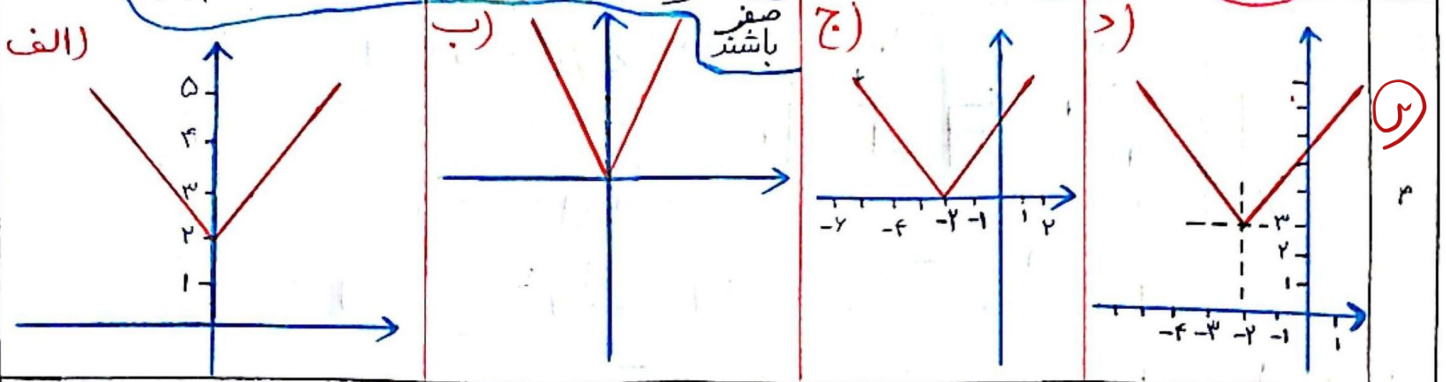
د) $y = \frac{x+4}{x^2-4x}$ $x^2(x^2-4) = x^2(x+2)(x-2)$ ریشه های ۰ و ۲ و -۲ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, 2, -2\}$

الف) $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{x-2}$ $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$
 $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$ $\Rightarrow x = [2, \infty)$

ب) $y = \frac{x^2+1}{x^2+1}$ مخرج دو مقدار مثبت هیچگاه صفر نمی شود $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$ $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$
 $x-4 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4$ $\Rightarrow x = [2, \infty) - \{4\}$

د) $y = \frac{x^2+3}{|x|+x}$ مخرج دو مقدار مثبت هیچگاه صفر نمی شود $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$



الف) $(x-2)(x-3)(x-4)$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} - \\ + \\ - \\ + \end{array}$

ب) $(x-2)(x-3)(x-4)$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} 2 \\ 3^* \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} 2 \\ 3^* \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

الف) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{x-3}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} - \\ + \\ - \\ + \end{array}$

ب) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} 2 \\ 3^* \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} 2 \\ 3^* \\ 4 \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

الف) $y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x-3}$ جمع ضرایب $\rightarrow 1 - 3 + 2 = 0 \rightarrow x-1$ بخش پذیر است
 $y = \frac{(x-1)(x^2 + x - 2)}{(x-3)} = \frac{(x-1)(x+2)(x-1)}{(x-3)}$

ب) $y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 3}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} 1^* \\ 2 \\ 3 \end{array}$ $\begin{array}{c} 1^* \\ 2 \\ 3 \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

الف) $y = \frac{x^2 - x}{x^2 + x + 2}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} -1 \\ 0^* \end{array}$ $\begin{array}{c} -1 \\ 0^* \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

ب) $y = \frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x + 3}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} -1 \\ 0^* \end{array}$ $\begin{array}{c} -1 \\ 0^* \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

عبارت ریشه ندارد و در ازای هر مقدار x مثبت است.

الف) $y = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x^3 - x}} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x(x^2 - 1)}} = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x(x+1)(x-1)}}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} -1 \\ 0 \\ 1^* \end{array}$ $\begin{array}{c} -1 \\ 0 \\ 1^* \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

ب) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4}} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{(x+4)(x-4)}{(x-1)(x-4)}}$ ریشه‌ها $\begin{array}{c} -4 \\ 1 \\ 4^* \end{array}$ $\begin{array}{c} -4 \\ 1 \\ 4^* \end{array}$ $\begin{array}{c} + \\ - \\ - \\ + \end{array}$

$D_f = (-\infty, -4] \cup (1, 4) \cup (4, +\infty)$