نام و نام خانوادگی: علی پورعابدین   کلاس: دهم ریاضی A   شماره: ۲۸

$$f(x)\begin{cases} x^2+2x\ , & x\geq a \\ ax-4\ , & x<a \end{cases}$$

۱- اگر بخواهیم که $f(x)$ تابع باشد پس باید به ازای هر x، یک y بدهد، برای هر a، ۲ ضابطه یک جواب بدهند

$x^2+2x=ax-4 \xrightarrow{x=a} a^2+2a=a^2-4 \Rightarrow a=-2$

$f(x)=\dfrac{x^2+a}{2x-b} \xrightarrow{x=1} \dfrac{4+a}{4-b}=4+b \Rightarrow 4+a$

$=16-b^2 \Rightarrow a-12=-b^2$

$y(x)=2x+b \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=3$

$4+b=3 \quad b=-1$

$a=11$

$f(1)=\dfrac{1+11}{2+1}=\dfrac{12}{3}=4$

$f(x)=\dfrac{x^2+11}{2x+1}=4$

۳- $f(x)=\dfrac{4x+1}{2x^2+ax+b} \qquad D_f=\mathbb{R}-\{-1,4\}$

ریشه مخرج اند

$S=3=\dfrac{-a}{2} \Rightarrow a=-6$

$P=-4=\dfrac{b}{2} \Rightarrow b=-8$

$f(1)=\dfrac{4+1}{2-6-8}=\dfrac{5}{-12}$

۴- $f(x)=\dfrac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b} \qquad D=\mathbb{R}-\{-1\}$

ریشه مضاعف مخرج است

$S=-2=\dfrac{a}{4}=a=-8$

$P=1=-\dfrac{b}{4}=b=-4$

$a+b=-8-4=-12$

۵- $f(x)=\dfrac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)} \qquad D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

۲ حالت وجود دارد: ۱- یک ریشه مخرج است یعنی ریشه ۱ x، ممکن است ریشه عبارت x^2+mx+1 باشد که ریشه مضاعف است و میشه: $m=-2$

۲- عبارت x^2+mx+1 ریشه ندارد پس $\Delta<0 \Rightarrow m^2-4 \Rightarrow -2<m<2$

$-2\leq m<2$

Parsian

۱۶:

$f(x)=\sqrt{4-\frac{1}{x^2}}$

چون x در مخرج است $\Rightarrow x\neq 0$

$4-\frac{1}{x^2}\geq 0 \Rightarrow 4\geq \frac{1}{x^2} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{4}\leq x^2$

$\Rightarrow \left.\begin{matrix} \frac{1}{2}\leq x \\ \text{یا} \\ x\leq -\frac{1}{2}\end{matrix}\right\} \Rightarrow D_f=(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[\frac{1}{2},+\infty)$

$f(x)=\sqrt{mx^2+4mx+1}$ $\left[\begin{matrix} m\neq 0 \ \text{سهمی} \ mx^2+4mx+1\geq 0 \Rightarrow \Delta\leq 0 \\ m=0 \Rightarrow f(x)=1 \Rightarrow D_f=\mathbb{R}\end{matrix}\right.$

$4m^2-4m\geq 0 \Rightarrow 4m(m-1)\geq 0$

$+ \ 0 \ - \ 1 \ + \Rightarrow D_f=(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$

$f(x)=\begin{cases}\frac{4x^2-1}{2x-1}, & x\neq a\\ 4x+k, & x=\frac{1}{2}\end{cases}$ $a=\frac{1}{2}$ زیرا در $x=\frac{1}{2}$ تعریف نشده

$y(x)=2x+1$, $x\neq a$

$f(x)=y(x)$ $\left[\begin{matrix} \Rightarrow D_f=D_y=\mathbb{R} \\ \frac{4x^2-1}{2x-1}=\frac{(2x-1)(2x+1)}{2x-1} \Rightarrow D_f=\mathbb{R} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} ① \ x\neq\frac{1}{2} \\ ② \ 4x \end{matrix}\right. \end{matrix}\right.$

ضابطه برابر است و برای هر x یک y می‌دهد

① $2x+1$, $x\neq\frac{1}{2}$ $\quad 1+1=2+k \Rightarrow k=0$

② $4x+k$, $x=\frac{1}{2}$ $\quad x+k=\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}$

$f(x)=\begin{cases}\frac{ax^2-4}{3x+2}, & x\neq -\frac{2}{3}\\ 3ax+2, & x=-\frac{2}{3}\end{cases}$ $\quad y(x)=3x+b \rightarrow a$

$y(x)=3x-2 \quad b=-2$

$f(x)=y(x)$ $\left\{\begin{matrix} \Rightarrow D_f=D_y=\mathbb{R} \quad x=-\frac{2}{3} \ \text{به ازای} \Rightarrow 3x-2= \\ 3ax+2 \Rightarrow -4=-2a+2 \Rightarrow \\ \text{ضابطه برابر است} \Rightarrow a=3 \Rightarrow a-b=5 \end{matrix}\right.$

$\frac{9x^2-4}{3x+2}=\frac{(3x-2)(3x+2)}{3x+2}\Rightarrow$

$f(x)=\begin{cases}3x-2, & x\neq -\frac{2}{3}\\ 3ax+2, & x=-\frac{2}{3}\end{cases}$

$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x-2}, & x\neq 2\\ 2a^2+ax, & x=2\end{cases} \Rightarrow \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} \rightarrow x+2$

$x=2$

$f(x)=y(x) \Rightarrow 2a^2+2a=4 \Rightarrow$

ضابطه‌ها در بقیه جاها برابر است

$2a^2+2a-4=0 \Rightarrow a^2+a-2=0 \Rightarrow$

$(a+2)(a-1)=0 \quad a=-2$ یا 1