آزمون تا تمام خانوادگی: علی پورعابدین کلاس: دهم سرانه A شماره: ۲۸، ۰۱

۱۸

۱- اگر بخواهیم که $f(x)$ تابع باشد پس باید به

$$f(x)\begin{cases} x^2+2x, & x \geq a \\ ax-4, & x < a \end{cases}$$

(۲)

ازای هر x یک y می‌دهد، برای هر a، ۲ عدد متفاوت جواب می‌دهد

$x^2+2x = ax-4 \xrightarrow{x=a} a^2+2a = a^2-4 \Rightarrow a=-2$

$$f(x) = \frac{x^2+a}{2x-b} \xrightarrow{x=2} \frac{4+a}{4-b} = 4+b \Rightarrow 4+a = 16-b^2 \Rightarrow a-12=-b^2$$

(۲)

$y(x) = 2x+b \Rightarrow x=2 \to y=3$

$4+b=3 \quad b=-1$

$a=11$

$f(1) = \frac{1+11}{2+1} = \frac{12}{3} = 4$

$f(x) = \frac{x^2+11}{2x+1} = 4$

۳- $f(x) = \frac{4x+1}{2x^2+ax+b}$ $D_f = \mathbb{R} - \{-1, 4\}$

ریشه مخرج‌اند

(۲)

$S = 3 = \frac{-a}{2} \Rightarrow a=-6$

$P = -4 = \frac{b}{2} \Rightarrow b=-8$

$f(1) = \frac{4+1}{2-6-8} = \frac{5}{-12}$

۴- $f(x) = \frac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b}$ $D = \mathbb{R} - \{-1\}$

ریشه مضاعف مخرج است

(۲)

$S = -2 = \frac{a}{4} = a=-8$

$P = 1 = -\frac{b}{4} = b=-4$

$a+b = -8-4 = -12$

۵- $f(x) = \frac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)}$ $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

(۲)

۲ حالت وجود دارد: ۱- یک ریشه مخرج است یعنی ریشه ۱ x ممکن است ریشه عبارت x^2+mx+1 باشد که ریشه مضاعف است و می‌شود $m=-2$

۲- عبارت x^2+mx+1 ریشه ندارد پس $\Delta < 0$ $\Rightarrow -2<m<2$

$\Rightarrow m^2-4$

$-2<m<2$

$f(x) = \sqrt{4 - \frac{1}{x^2}}$ ② :پاسخ

چون x در مخرج است

$x \neq 0$ $\quad 4 - \frac{1}{x^2} \geq 0 \Rightarrow 4 \geq \frac{1}{x^2} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{4} \leq x^2$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{1}{2} \leq x \\ \text{یا} \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow D_f = (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

$f(x) = \sqrt{mx^2 + 2mx + 1}$ $\quad \boxed{\begin{array}{l} m \neq 0 \quad mx^2 + 2mx + 1 \geq 0 \Rightarrow \Delta \leq 0 \\ m = 0 \Rightarrow f(x) = 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \end{array}}$ ④

$4m^2 - 4m \cancel{\geq} 0 \Rightarrow 4m(m-1) \geq 0$

$+ \; 0 \; - \; 1 \; +$ $\quad \Rightarrow D_f = (-\infty, 0] \cancel{\cup [1, +\infty)}$

$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 - 1}{2x - 1}, & x \neq a \\ 4x + k, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\quad$ $x = \frac{1}{2}$ در a زیرا $a = \frac{1}{2}$ تعریف نشده

$y(x) = 2x + 1$ و $x \neq a$

②

$f(x) = y(x)$ $\left[\begin{array}{l} \Rightarrow D_f = D_y \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \Rightarrow \\ \frac{4x^2 - 1}{2x - 1} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{2x - 1} \; x \neq \frac{1}{2} \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\right.$

ضابطه برابر است و برای هر y یک x ... هر

① $2x + 1$, $x \neq \frac{1}{2}$ $\quad 1 + 1 = 2 + k \Rightarrow k = 0$

② $4x + k$, $x = \frac{1}{2}$ $\quad x + k = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$

$f(x) = \begin{cases} \frac{9x^2 - 4}{3x + 2}, & x \neq -\frac{2}{3} \\ 3ax + 2, & x = -\frac{2}{3} \end{cases}$ $\quad y(x) = 3x + b \Rightarrow$

$y(x) = 3x - 2 \quad b = -2$

$f(x) = y(x) \left\{\begin{array}{l} \Rightarrow D_f = D_y = \mathbb{R} \quad x = -\frac{2}{3} \text{ به ازای } \Rightarrow 3x - 2 = \\ 3ax + 2 \Rightarrow -4 = -2a + 2 \Rightarrow \\ \text{ضابطه برابر است} \Rightarrow a = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow a - b = 5$

$\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} = \frac{(3x-2)(3x+2)}{3x + 2} \Rightarrow$

$f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & x \neq -\frac{2}{3} \\ 3ax + 2, & x = -\frac{2}{3} \end{cases}$ ②

$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x \neq 2 \Rightarrow \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} \Rightarrow x + 2 \\ 2a^2 + ax, & x = 2 \end{cases}$

$f(x) = y(x) \xRightarrow{x=2} 2a^2 + 2a = 4 \Rightarrow$ ②

ضابطه‌ها در بقیه جاها برابر است

$2a^2 + 2a - 4 = 0 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow$

$(a + 2)(a - 1) = 0 \quad a = -2, 1$

$$\begin{cases} \Delta \leq 0 \rightarrow 4m^2 - 4m \leq 0 \rightarrow m \in [0,1] \quad (1) \\ \text{ضریب } x^2 = m > 0 \quad (2) \\ \text{if } m=0 \rightarrow f(x)=1 \quad \text{ق ق} \quad (3) \end{cases}$$

$$\xRightarrow{\cap} [0,1]$$