نام و نام خانوادگی ..امیرمهراد مومنی.. پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۸.. کلاس ..دهم سپهر..A..شنبه

۱

$$f(x)\begin{cases} x^{۲}+۲x & ; x\geqslant a \\ ax-۴ & ; x\leqslant a \end{cases} \longrightarrow x^{۲}+۲x=ax-۴ \xrightarrow{a=x} \underbrace{a^{۲}+۲a=a^{۲}-۴}$$

$$۲a=-۴ \rightarrow \boxed{a=-۲} \rightarrow$$ جواب

۲

$f(x)=\dfrac{x^{۲}+a}{۲x-b}$ و $g(x)=۲x+b$ نقطه $(۲,۳)$ و $f(۱)=?$

$g(x) \rightarrow ۳=۲(۲)+b \Rightarrow ۳=۴+b \rightarrow b=\boxed{-۱}$

$f(x) \rightarrow \dfrac{۲^{۲}+a}{۲\times۲+۱} \longrightarrow a=۱۱ \longrightarrow f(۱)=\dfrac{(۱)^{۲}+۱۱}{۲\times۱+۱}=\dfrac{۱۲}{۳}=\boxed{۴} \rightarrow$ جواب

۳

$f(x)=\dfrac{۴x+۱}{۲x^{۲}+ax+b} \xrightarrow{D} R-\{-۱,۴\}$, $f(۱)=?$

$-۱ \rightarrow \dfrac{-۴+۱}{۲-a+b}=\dfrac{-۳}{۲-a+b} \Rightarrow -a+b=-۲$

$\Rightarrow -۵a=۳۰ \rightarrow a=-۶ , b=-۸$

$۴ \rightarrow \dfrac{۱۶+۱}{۳۲+۴a+b}=\dfrac{۱۷}{۳۲+۴a+b} \Rightarrow ۴a+b=-۳۲$ $f(۱)=\dfrac{۵}{۲-۶-۸}=\boxed{\dfrac{-۵}{۱۲}} \rightarrow$ جواب

۴

$f(x)=\dfrac{x^{۳}-\sqrt{۳}}{-۴x^{۲}+ax+b} \longrightarrow D_f=R-\{-۱\} \longrightarrow$ مجموع $=?$

$\dfrac{-۱-\sqrt{۳}}{-۴-a+b} \rightarrow -a+b=۴$

ریشه مضاعف مخرج $\rightarrow \Delta=0 \rightarrow a^{۲}+۱۶b=0 \rightarrow \begin{cases} ۱۶a-۱۶b=-۶۴ \\ a^{۲}+۱۶a+۶۴=0 \end{cases}$

$(a+۸)(a+۸)=0 \rightarrow a=-۸$

$-(-۸)+b=۴ \rightarrow b=-۴$

$a+b=-۴+(-۸)=\boxed{-۱۲}$ جواب

۵

$f(x)=\dfrac{۲x}{(x-۱)(x^{۲}+mx+۱)}$, $D_f=R-\{۱\}$ $m=?$

پرانتز دوم در مخرج نباید ریشه‌ی حقیقی داشته باشد پس $\Delta<0 \leftarrow x^{۲}+mx+۱$

$m^{۲}-۴<0 \rightarrow m^{۲}<۴ \rightarrow \boxed{-۲<m<۲} \rightarrow$ جواب

۶

$f(x)=\sqrt{۴-\frac{۱}{x^۲}} \rightarrow D_f = ۴-\frac{۱}{x^۲} \geq ۰ \rightarrow ۴ \geq \frac{۱}{x^۲} \rightarrow \times x^۲ = ۴x^۲ \geq ۱$

$\rightarrow x^۲ \geq \frac{۱}{۴} \rightarrow |x| \geq \frac{۱}{۲} \rightarrow \boxed{D_f = (-\infty , -\frac{۱}{۲}] \cup [\frac{۱}{۲} , \infty)}$

جواب

۷

$f(x)=\sqrt{mx^۲+۲mx+۱}$ و $D_f = \mathbb{R}$

اگر $m=۰ \rightarrow mx^۲+۲mx+۱ = x^۲+۱ \rightarrow$ همیشه مثبت (I)

اگر $m \neq ۰ \rightarrow \Delta = (۲m)^۲-۴(m)(۱) = ۴m^۲-۴m = ۴$ $\quad \Delta \leq ۰ \rightarrow ۴m(m-۱) \leq ۰$

$\rightarrow ۰ \underset{\times}{\leq} m \leq ۱$ و $m > ۰ \rightarrow m < m \leq ۱$ (II) $\rightarrow \boxed{۰ \leq m \leq ۱} \rightarrow$ جواب

۸

$f(x)=\begin{cases}\frac{۴x^۲-۱}{۲x-۱} & ; x\neq a \text{ ①}\\ ۴x+k & ; x=\frac{۱}{۲} \text{ ②}\end{cases}$ و $g(x)=۲x+۱$ و $f(x)=g(x)$ و $a+k=?$

① $\frac{۴x^۲-۱}{۲x-۱} = \frac{(۲x-۱)(۲x+۱)}{\cancel{(۲x-۱)}} = ۲x+۱ \rightarrow x\neq\frac{۱}{۲}$ برای $f(x)=g(x)$ ، $f(\frac{۱}{۲}) = ۴(\frac{۱}{۲})+k = ۲+k$

$g(\frac{۱}{۲}) = ۲(\frac{۱}{۲})+۱ = ۲$ ، $f(\frac{۱}{۲}) = g(\frac{۱}{۲})$ $\quad ۲+k=۲ \rightarrow k=۰$

$a+k = \frac{۱}{۲}+۰ = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

$x=\frac{۱}{۲} \rightarrow ۲x-۱=۰ \rightarrow$ [illegible] $\rightarrow a=\frac{۱}{۲}$

۹

$f(x)=\begin{cases}\frac{۹x^۲-۴}{۳x+۲} & ; x\neq -\frac{۲}{۳} \text{ ①}\\ ۳ax+k & ; x=\frac{۱}{۲} \text{ ②}\end{cases}$ و $g(x)=۲x+۱$ $\quad a+k=?$

① $۹x^۲-۴ = (۳x-۲)(۳x+۲)$ $\quad (x\neq\frac{-۲}{۳})$ $\quad f(x)=۳x-۲$ $\quad gx=۳x+b$

$۳x+b=۳x-۲ \rightarrow b=-۲$ $\quad g(\frac{-۲}{۳}) = ۳(\frac{-۲}{۳})-۲ = -۲-۲ = -۴$

$f(\frac{-۲}{۳}) = -۴ \rightarrow f(x)=۳ax+۲ \rightarrow ۳a(\frac{-۲}{۳})+۲ = -۴ \rightarrow -۲a+۲ = -۴$

$-۲a=-۶ \rightarrow a=۳ \rightarrow a-b = ۳-(-۲) = \boxed{۵} \rightarrow$ جواب

۱۰

$f(x)=\begin{cases}\frac{x^۲-۴}{x-۲} & ; x\neq ۲ \text{ ①}\\ ۲a^۲+ax & ; x=۲ \text{ ②}\end{cases}$ و $g(x)=x+۲$ $\quad$ مقادیر a = ?

↓

$\frac{\cancel{(x-۲)}(x+۲)}{\cancel{(x-۲)}} = x+۲ \rightarrow x\neq۲$ $\quad f(x)=x+۲ \xrightarrow{\text{پس}} f(x)=g(x)$

$f(۲)=۲a^۲+a(۲)=۲a^۲+۲a$

$g(۲)=۲+۲=۴$

برابر $\rightarrow ۲a^۲+۲a=۴ \rightarrow a^۲+a-۲=۰ \rightarrow (a+۲)(a-۱)=۰$

$\boxed{a=-۲ \text{ یا } ۱} \rightarrow$ جواب