نام و نام خانوادگی: علی پورعابدینی شماره: ۲۷ کلاس: دهم [illegible] ۸

۲۰

۱ـ الف)

$۳x - y = ۹ \Rightarrow y = ۳x - ۹$

$x + ۲y = -۴ \Rightarrow x + ۶x - ۱۸ = -۴ \Rightarrow x = ۲$

$y = -۳$ $\frac{x}{y} = \frac{۲}{-۳}$ ✓

ب) ۲

① $\frac{۱}{x} - \frac{۱}{y} = -۱ \Rightarrow \frac{y - x}{xy} = -۱$ ② $\frac{۵}{x} - \frac{۷}{y} = -۳$

$۲ = \frac{y - x + ۷x - ۵y}{xy} = \frac{۶x - ۴y}{xy}$ ① + ② $\Rightarrow ۰ = \frac{y - x + ۳x - ۳y}{xy}$

$= \frac{-۲x - y}{xy} = ۰ \Rightarrow ۲x - y = ۰ \Rightarrow y = ۲x \xrightarrow{\text{① در}} \frac{۳x - ۲y}{xy} = \frac{x - ۲x}{x \times ۲x} = -۱ \Rightarrow -۲x = ۱ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow y = -۱$

$\frac{x}{y} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{-۱} = \frac{۱}{۲}$ ✓

۲ـ ۲

$f = \{(a, ۲a), (۱, a + ۱), (۱, -۲), (۲, b)\}$ $\Rightarrow a + ۱ = -۲ \Rightarrow a = -۳$

$f = \{(-۳, -۶), (۱, -۲), (۲, b)\}$

$f(-۳) + ۲f(۲) = ۳f(۱) \Rightarrow -۶ + ۲b = -۶ \Rightarrow ۲b = ۰$

$b = ۰$ ✓

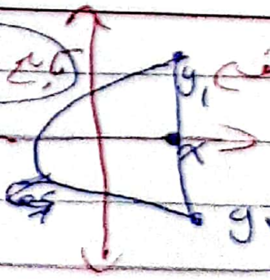
۳ـ ۲

$f = \{(-۱, m^۲ - ۳m), (۳, ۵), (-۱, -۲), (m + ۱, ۴), (۲, ۴), (m^۲ + ۲, m + ۱)\}$

$m^۲ - ۳m = -۲ \Rightarrow m^۲ - ۳m + ۲ = ۰ \Rightarrow (m - ۱)(m - ۲) = ۰$

$m = ۱ , ۲ \xrightarrow{\text{در س}}$ به ازای هیچ مقدار ✓

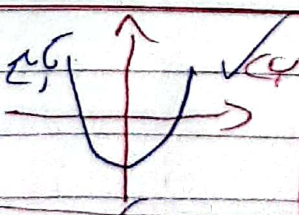
۴ـ الف) ۲



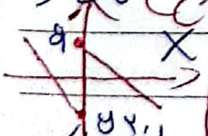
تابع نیست ✓

بخاطر اینکه برای یک x ۲ مقدار y دارد.

ب) ✓ تابع است ✓

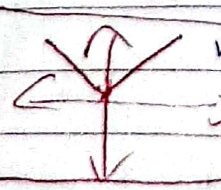


ج) تابع نیست ✓



به ازای یک x = ۰ ۲ مقدار y دارد

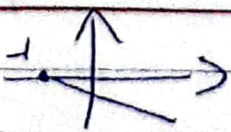
د) تابع است ✓ ✓



$|x| = y$

۵ـ الف) ۲

$y = -\sqrt{x + ۱} \Rightarrow$



تابع است ✓ ✓

ب) $x = \frac{y}{\sqrt{۱ - y^۲}} \Rightarrow x_۱ = x_۲ \Rightarrow \frac{y_۱}{\sqrt{۱ - y_۱^۲}} = \frac{y_۲}{\sqrt{۱ - y_۲^۲}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{y_۱^۲}{۱ - y_۱^۲} = \dots$

$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} y_۱^۲ = y_۲^۲ \Rightarrow y_۱ = y_۲ \Rightarrow$ تابع است ✓

$y_۱$ و $y_۲$ را هم x مثبت

۶ـ الف) نباید به ازای یک x دو مقدار y داشته باشیم ⇐ $x=1 \Rightarrow y = \begin{cases}1\\-1\end{cases}$ $\quad |y| = x$ ②

(تابع نیست) X ✓

ب) ⇐ $y^3+3y^2+3y+x^3+x=0 \Rightarrow (y+1)^3 = -(x^3+x) \rightarrow x_1, x_2$

(تابع است) ✓

$x_1^3+x_1 = x_2^3+x_2 \Rightarrow (y_1+1)^3 = (y_2+1)^3 \Rightarrow y_1+1 = y_2+1 \Rightarrow y_1 = y_2$

۷ـ ✓ ②

$$f(x) = \frac{x^2+4x+5}{x^2+4x+7} = \frac{x^2+4x+4+1}{x^2+4x+4+3} = \frac{(x+2)^2+1}{(x+2)^2+3}$$

پس ⇐ $f(\sqrt{3}-2) = \frac{(\sqrt{3}-2+2)^2+1}{(\sqrt{3}-2+2)^2+3} = \frac{3+1}{3+3} = \boxed{\frac{2}{3}}$ ✓

۵ـ ② $y = 3x - a \Rightarrow -4 = -3 - a \Rightarrow a = 1$

$y = x^3 + x + b \Rightarrow -4 = -1 - 1 + b \Rightarrow b = -2$ پس ⇐ $3x - 1 = x^3 + x - 2 \Rightarrow x^3 - 2x - 1 = 0$ ⇐ برای $x=1$ صحیح پس $x+1$ بخش‌پذیر است

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x-1 & x+1 \\ -x^3-x^2 & x^2-x-1 \\ \hline -x^2-2x & \\ +x^2+x & \\ \hline -x-1 & \\ +x+1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$(x+1)(x^2+x-1)=0$ ⇐ جمع ریشه‌ها $\frac{-b}{a} = \frac{+1}{-1} = \boxed{1}$ ✓

۹ـ به ازای چند ورودی متفاوت خروجی یکسان است، تابع ثابت ②

$a+b = 2a = a-2b+1 \Rightarrow a+b = a-2b+1 \Rightarrow$

$3b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{3} \qquad a + \frac{1}{3} = 2a \Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{3}}$ ✓

$a+b = \frac{2}{3} \qquad 2a = \frac{2}{3} \qquad a-2b+1 = \frac{2}{3}$

۱۰ـ $f = \{(a,a),(b,b),(c,c)\}$ تابع همانی

$☆\ \frac{4-a+c+1}{b+3} \Rightarrow 2+c-a=b$ $\quad c=-1$

$☆ = \frac{16-2a+c+1}{2b+3} \Rightarrow 4b = 16-2a+c \Rightarrow c=-1 \begin{cases}1-a=b\\ 15-2a=4b\end{cases}$

$b=4$

$6+2a=0 \Rightarrow 2a=-6 \Rightarrow a=-3$ ②

$\frac{c+1}{3} \Rightarrow c=-1 \qquad a+b+c = -3+4+(-1) = \boxed{0}$ ✓

[redacted]