

پویان ریاضی

(۱) الف) از ناحیه‌ی ۳ نمی‌گذرد $\Rightarrow \frac{2}{3}$ و ۰ \rightarrow ریشه‌ها $\Delta > 0$ و $a > 0$

(ب) از ناحیه‌ی ۲ نمی‌گذرد $\Rightarrow 4$ و ۰ \rightarrow ریشه‌ها $\Delta > 0$ و $a < 0$

(۲) الف) از ناحیه‌های ۱ و ۲ می‌گذرد $\Rightarrow 2$ و $\frac{1}{2}$ \rightarrow ریشه‌ها $\Delta > 0$ و $a > 0$

(ب) از ناحیه‌ی ۳ می‌گذرد $\Rightarrow 2 + \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$ \rightarrow ریشه‌ها $\Delta > 0$ و $a < 0$

(۳) ریشه‌ها $\left\langle \frac{1+\sqrt{13}}{2}, \frac{1-\sqrt{13}}{2} \right\rangle$

الف)
$$\frac{\frac{1+\sqrt{13}}{2} + \frac{1-\sqrt{13}}{2}}{-2} = \frac{1}{2\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{26}$$

(ب)
$$\frac{1 + 13 + 2\sqrt{13} + 1 + 13 - 2\sqrt{13}}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

ج)
$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{(\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)}{\frac{2}{2}=1} = 1 \times (7 - (-3)) = 10$$

د)
$$\alpha^2 - \beta^2 = \frac{(\alpha - \beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)}{\frac{1-13}{4}} = 2\sqrt{13}(7 + (-2)) = 2\sqrt{13} \times 5 = 10\sqrt{13}$$

۴) $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$x^2 - ax + a = 0 \xrightarrow{x=2} 4 - 2a + a = 0 \Rightarrow a = 4$

معادله‌ی درجه دوم
ریشه‌ها $\Rightarrow a^2 - 4a < 0 \Rightarrow a^2 < 4a \Rightarrow a < 4, a > 0$
 $\Rightarrow a \in (0, 4]$

$\left. \begin{aligned} \alpha + \beta &= -\frac{b}{a} = 4 \\ \alpha\beta &= -\frac{a}{c} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta = 4 - \alpha \rightarrow 2\alpha^2 + (4 - \alpha)^2 - 4\alpha = 2\alpha^2 + 16 + \alpha^2 - 8\alpha - 4\alpha = 3\alpha^2 - 12\alpha + 16 = 0$

چون α ریشه‌ی معادله‌ی $2x^2 - 12x + 16 = 0$ است پس می‌توان به جای α قرار داد

$3\alpha^2 - 12\alpha + 16 = 0 \Rightarrow a = -9$
ریشه‌ی $\Delta = 36 \Rightarrow \frac{12 + \sqrt{36}}{6} = 2 \quad \frac{a}{c} = \frac{-9}{3} = -3$

$$v - 2a + 2a + r = \text{معرضان سیمی} = \omega \Rightarrow b = \omega \quad (6)$$

$$a - 2 \in \mathbb{N} \Rightarrow a \geq 2, \quad 2a + r > 0, \quad v - 2a > 0 \Rightarrow a \leq r$$

و عرض رأس سیمی = r

$$\Rightarrow a = 2 \xrightarrow{\text{نقطه}} (9, 1), (1, 1)$$

$$y = A(x-a)^2 + r \xrightarrow{1=y} 1 = A(1-a)^2 + r \Rightarrow 1 = 1A + r \Rightarrow 1 - r = A \Rightarrow A = -\frac{1}{\lambda}$$

$$y = -\frac{1}{\lambda} (x-a)^2 + r \xrightarrow{x=0} -\frac{1}{\lambda} \times 2a + r = \boxed{-\frac{1}{\lambda}}$$

$$\alpha + \beta = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \beta = 1 - \alpha$$

$$\Rightarrow \varepsilon(1-\alpha)^2 + r_0\alpha^2 - r_0(1-\alpha) = 1v \quad (7)$$

$$\varepsilon_0 \alpha^2 - \varepsilon_0 \alpha + r_0 = 1v$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 \alpha^2 - \varepsilon_0 \alpha + r = 0$$

$$\varepsilon_0 \alpha^2 - \varepsilon_0 \alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\varepsilon_0 \pm \sqrt{\varepsilon_0^2 - 4\varepsilon_0}}{2\varepsilon_0} = \frac{\omega \pm 2\sqrt{\omega}}{\varepsilon}$$

$$|\alpha - \beta| = \frac{\omega + 2\sqrt{\omega} - \omega + 2\sqrt{\omega}}{2\varepsilon} = \frac{4\sqrt{\omega}}{2\varepsilon} = \boxed{\frac{2\sqrt{\omega}}{\varepsilon}}$$

(8) عرض رأس = $-\frac{1}{r}$ و عرض از مبدأ = $\frac{r}{r}$

$$\frac{r}{r} = a(x-h)^2 - \frac{1}{r}$$

$$g = a(x-h)^2 + k$$

در نقطه ای $y = \frac{r}{r}$ ، $x = 0$ است

$$\frac{r}{r} = ah^2 - \frac{1}{r} \Rightarrow ah^2 = 2$$

معرضان = h

$$h = \frac{1-\omega}{r} = -\frac{\varepsilon}{r} = -2$$

$$a(-2)^2 = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{r}$$

$$y = \frac{1}{r}(x+2)^2 - \frac{1}{r}, \quad \beta = \frac{1}{r} \times 2^2 - \frac{1}{r} = \frac{9}{r} - \frac{1}{r} = \boxed{4}$$

$$\alpha + \beta = -4 \Rightarrow \beta = -4 - \alpha \Rightarrow r\alpha^2 + 2(-4-\alpha)^2 = 12\sqrt{r}$$

$$r\alpha^2 + 2\alpha^2 + 2\varepsilon\alpha + 7r = 12\sqrt{r} \Rightarrow \omega\alpha^2 + 2\varepsilon\alpha + 7r - 12\sqrt{r} = 0$$

$$\alpha = \frac{-2\varepsilon \pm \sqrt{4\varepsilon^2 - 4\omega(7r - 12\sqrt{r})}}{2\omega} \Rightarrow$$

$$\alpha + \beta = \frac{m+1\varepsilon}{r\varepsilon}, \quad \alpha\beta = \frac{1}{r\varepsilon}, \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \omega$$

(9) ریشه ها = α و β

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}} = 2\omega$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + \frac{1}{\frac{1}{r\varepsilon}} = 2\omega$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 12 = 2\omega$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 13$$

$$\frac{m+1\varepsilon}{r\varepsilon} = 13 \Rightarrow m+1\varepsilon = 13r \Rightarrow m = -1$$

$$\frac{r}{-1} = \boxed{-r}$$

حاصل ضرب ریشه های معادله جدید