

پویان ریاضی

۱۷,۵

(۱) (الف) از زاویه ۲ یعنی گذرد $\Rightarrow \frac{2}{3}$ و ۰ \rightarrow ریشه ها $\Delta > 0$ و $a > 0$

(ب) از زاویه ۲ یعنی گذرد $\Rightarrow 4$ و ۰ \rightarrow ریشه ها $\Delta > 0$ و $a < 0$

(۲) (الف) از زاویه های ۲، ۴ و ۶ می گذرد $\Rightarrow 2$ و $\frac{1}{2}$ \rightarrow ریشه ها $\Delta > 0$ و $a > 0$

(ب) از زاویه ۳ و ۴ می گذرد $\Rightarrow 2 + \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$ \rightarrow ریشه ها $\Delta > 0$ و $a < 0$

$$\alpha - \beta = \frac{|\Delta|}{|a|} = \frac{\sqrt{1+12}}{1} = \sqrt{13}$$

(۳) (الف) ریشه ها $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ و $\frac{1-\sqrt{13}}{2}$

$$\frac{1+\sqrt{13} + 1-\sqrt{13}}{-2} = \frac{1}{\alpha\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{26}$$

(الف) (۱, ۵)

$$\frac{1+12+2\sqrt{13} + 1+12-2\sqrt{13}}{4} = \frac{24}{4} = 6 \checkmark$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{(\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)}{\frac{2}{2}=1} = 1 \times (V - (-3)) = 10 \checkmark$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = \frac{(\alpha - \beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)}{\frac{1-12}{4}} = 2\sqrt{13}(V + (-2)) = 2\sqrt{13} \times 6 = 12\sqrt{13}$$

$$x - 2 = 0 \quad x = 2$$

$$x^2 - ax + a = 0 \xrightarrow{x=2} 4 - 2a + a = 0 \Rightarrow a = 4$$

معادله درجه دوم
ریشه ندانسته باشد

$$\Rightarrow a^2 - 4a < 0 \Rightarrow a^2 < 4a \Rightarrow a < 4, a > 0$$

$$\Rightarrow a = (0, 4] \checkmark$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha + \beta &= -\frac{b}{a} = 4 \\ \alpha\beta &= -\frac{a}{c} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta = 4 - \alpha \rightarrow 2\alpha^2 + (4-\alpha)^2 - 4\alpha = 2\alpha^2 + 16 + \alpha^2 - 8\alpha - 4\alpha = 3\alpha^2 - 12\alpha + 16 = 0$$

چون α ریشه معادله $2x^2 - 12x + 16 = 0$ است پس می توان به جای α قرار داد

$$3\alpha^2 - 12\alpha + 16 = 3x^2 - 12x + 16 = 0 \Rightarrow a = -9 \checkmark$$

$$\Delta = 36 \quad \frac{12 + \sqrt{36}}{6} = 2 \quad \frac{a}{c} = \frac{-9}{3} = -3 \checkmark$$

$$v - 2a + 2a + r = \text{معرضان سیمی} = \omega \Rightarrow b = \omega \quad (2) \quad (6)$$

$$a - 2 \in \mathbb{N} \Rightarrow a \geq 2, \quad 2a + r > 0, \quad v - 2a > 0 \Rightarrow a \leq r$$

معرفی رأس سیمی $r = 3$

$$y = A(x-a)^2 + r \xrightarrow{1=y} 1 = A(1-a)^2 + r \Rightarrow 1 = 16A + r \Rightarrow 16a = -r \Rightarrow A = -\frac{1}{16}$$

$$y = -\frac{1}{16} (x-a)^2 + r \xrightarrow{x=0} -\frac{1}{16} \times 2a + r = \boxed{-\frac{1}{16}} \quad \checkmark \quad \frac{1}{16} = \text{فاصله}$$

$$\alpha + \beta = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \beta = 1 - \alpha$$

$$\Rightarrow \varepsilon(1-\alpha)^2 + r_0\alpha^2 - r_0(1-\alpha) = 17 \quad (7)$$

$$\varepsilon_0 \alpha^2 - \varepsilon_0 \alpha + r_0 = 17$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 \alpha^2 - \varepsilon_0 \alpha + r = 0$$

$$\varepsilon_0 \alpha^2 - \varepsilon_0 \alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\varepsilon_0 \pm \sqrt{\varepsilon_0^2 - 4\varepsilon_0}}{2\varepsilon_0} = \frac{\omega \pm 2\sqrt{\omega}}{2}$$

$$|\alpha - \beta| = \frac{\omega + 2\sqrt{\omega} - \omega + 2\sqrt{\omega}}{2} = \frac{\varepsilon\sqrt{\omega}}{10} = \boxed{\frac{2\sqrt{\omega}}{5}} \quad \checkmark$$

(8) معرف رأس $-\frac{1}{4}$ و معرف از مبدأ $\frac{r}{2}$

$$\frac{r}{2} = a(x-h)^2 - \frac{1}{4}$$

$$y = a(x-h)^2 + k$$

در نقطه $x=0, y = \frac{r}{2}$
معرضان $x=h$

$$\frac{r}{2} = ah^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow ah^2 = \frac{r}{2} + \frac{1}{4}$$

$$h = \frac{1-\omega}{2} = -\frac{\varepsilon}{2} = -r \quad a(-r)^2 = \frac{r}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4r}$$

$$y = \frac{1}{4r} (x+r)^2 - \frac{1}{4}, \quad \beta = \frac{1}{4r} r^2 - \frac{1}{4} = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{2}{1}} \quad \checkmark$$

$$\alpha + \beta = -6 \Rightarrow \beta = -6 - \alpha \Rightarrow r\alpha^2 + 2(-6-\alpha)^2 = 12\sqrt{r}$$

$$r\alpha^2 + 2\alpha^2 + 24\alpha + 72 = 12\sqrt{r} \Rightarrow \omega\alpha^2 + 2\varepsilon\alpha + 72 - 12\sqrt{r} = 0$$

$$\alpha = \frac{-2\varepsilon \pm \sqrt{4\varepsilon^2 - 4\omega(72 - 12\sqrt{r})}}{2\omega} \Rightarrow$$

(9) 0

$$\alpha + \beta = \frac{m+1\varepsilon}{2\varepsilon}, \quad \alpha\beta = \frac{1}{\varepsilon^2}, \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \omega$$

(10) ریشه ها α و β

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}} = 2\omega \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 12 = 2\omega$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 13$$

حاصل ضرب ریشه های معادله جدید

$$\frac{m+1\varepsilon}{2\varepsilon} = 13 \Rightarrow m+1\varepsilon = 13\varepsilon \Rightarrow m = 12\varepsilon$$

$$\frac{r}{-1} = \boxed{-2} \quad \checkmark$$

$$r\alpha^r + r\beta^r = \frac{\Delta}{r} (\alpha^r + \beta^r) + \frac{1}{r} (\alpha^r - \beta^r) = \frac{\Delta}{r} (S^r - r\rho) + \frac{1}{r} (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) \quad -9$$

$$\frac{\Delta}{r} (S^r - r\rho) + \frac{1}{r} S \sqrt{r^2 - 4a} = \frac{\Delta}{r} (r^2 - 2a) - \frac{1}{r} (-4) \sqrt{r^2 - 4a} = 12\sqrt{r} + 11\Delta$$

$$\underbrace{9. - \Delta a}_{\text{purple}} + \underbrace{4\sqrt{r^2 - 4a}}_{\text{blue}} = 12\sqrt{r} + 11\Delta$$

$$11\Delta \rightarrow a = 1 \quad 12\sqrt{r} \rightarrow a = 1$$