Date: / /   Subject:

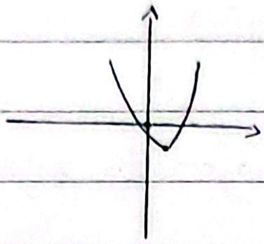
صدرا ساعی   تکلیف شماره ۲۵   دهم تیر ۸

①

الف) $y = 3x^2 - 2x$

$x_S = \frac{1}{3}$

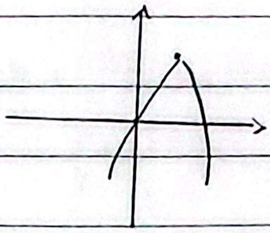
$y_S = \frac{-1}{3}$



→ از ناحیه سوم نمی‌گذرد

ب) $y = -x^2 + 4x$

$x_S = 2 \;,\; y_S = 4$

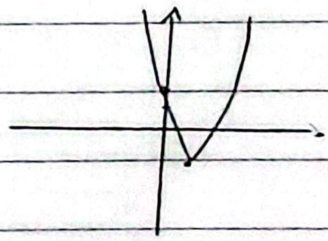


→ از ناحیه دوم نمی‌گذرد

②

الف) $y = 2x^2 - 5x + 2$

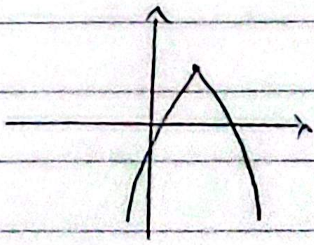
$x_S = \frac{5}{4} \;,\; y_S = \frac{25}{8} - \frac{25}{4} + 2 = \frac{-9}{8}$



→ از ناحیه اول، دوم، چهارم می‌گذرد

ب) $y = -x^2 + 4x - 1$

$x_S = 2 \;,\; y_S = 3$



→ از ناحیه اول، سوم و چهارم می‌گذرد.

③

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \boxed{\frac{\sqrt{13}}{13}}$

$\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta) = \boxed{4\sqrt{13}}$

ب) $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 1 + 6 = \boxed{7}$

ج) $\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP = 1 + 9 = \boxed{10}$

Date: / / Subject:

۴) یک ریشه دارد و چون $x=2$ یک ریشه معادله است، پس یعنی ۲ تنها ریشه است و عبارت درجه دوم

ریشه ندارد یعنی $\Delta<0$ می‌باشد ← $a^2-4a<0 \to a(a-4)<0$

$$\to \begin{array}{c|c|c} & 0 & 4 \\ \hline + & - & + \end{array} \to a=(0,4)$$

۵)

$$2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7 \to \underbrace{(\alpha^2+\beta^2)}_{S^2-2P=14+\frac{2a}{3}}+\alpha\underbrace{(\alpha-4)}_{\alpha-(\alpha+\beta)=-\beta}=7$$

$$\to 14+\frac{2a}{3}+\frac{a}{3}=7 \to a=-9 \qquad 3x^2-12x+9=0$$

ریشه بزرگتر $\to \frac{12+\sqrt{144-108}}{6}=3$

$$\frac{a}{\text{ریشه بزرگتر}}=\frac{-9}{3}=\boxed{-3}$$

۶) چون عرض نقاط برابر است پس x_s برابر میانگین طول‌هاست:

$$x_s=\frac{-2a+3+7+2a}{2}=\frac{10}{2}=5$$

$$\to b=5 \quad , \quad y_s=b-2=3$$

$$x_s=\frac{-b}{2a}=5 \to b=-10a \qquad \frac{-\Delta}{4a}=\frac{4ac-100a^2}{4a}=c-25a=3$$

$$\to a=\frac{c-3}{25}$$

$$\xrightarrow{(5,3)} y=ax^2+bx+c \to 3=\frac{c-3}{25}x^2+\frac{-10c+30}{25}x+c$$

$$\to 3=c-3+2c-6+c \to \boxed{c=3}$$

Date: / / Subject:

(7)

$$40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17 \to 20(\alpha^2+\beta^2) + 20\beta(\beta - 1) = 17$$

$$\to 20\left(1 - \frac{2b}{a}\right) + 20\beta\big(\underbrace{\beta - (\alpha+\beta)}_{-\alpha}\big) = 20 - \frac{40b}{a} + \frac{20b}{a} = 20 - \frac{20b}{a}$$

$$\to 20a - 20b = 17a \to 3a = 20b \to b = \frac{3a}{20}$$

$$\to ax^2 - ax - \frac{3a}{20} = 0 \to |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{5}}}{|a|} = \frac{\sqrt{\frac{2a^2}{5}}}{|a|}$$

$$\to \boxed{\sqrt{\frac{2}{5}}}$$

(8)

$$x_s = \frac{1-5}{2} = -2 \qquad y_s = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{-b}{2a} = -2 \to b = 4a \Rightarrow y = ax^2 + 4ax + \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{(-2,-\frac{1}{2})} -\frac{1}{2} = \overbrace{4a - 8a}^{-4a} + \frac{3}{2} \to a = \frac{1}{2}$$

$$\to y = \frac{x^2}{2} + 2x + \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{(1,\beta)} \beta = \frac{1}{2} + 2 + \frac{3}{2} \to \boxed{\beta = 4}$$

(9)

$$3\alpha^2 + 2\beta^2 = 2\underbrace{(\alpha^2 + \beta^2)}_{36 - 2a} + \alpha^2$$

$$\to x^2 + 6x + a = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4a}}{2} = -3 \pm \sqrt{9-a}$$

$$\xrightarrow{\alpha = -3 - \sqrt{9-a}} 72 - 4a + \alpha^2 = 72 - 4a - 1(9 + 9 - a + 6\sqrt{9-a}) = 12\sqrt{2} + 85$$

قسمت اعشاری قسمت اعشاری

$$\to 72 - 4a - 18 + a - 6\sqrt{9-a} \to -6\sqrt{9-a} = 12\sqrt{2} \xrightarrow{\text{توان } 2} 36 \times (9-a) = 288$$

$$\to \boxed{9 - a = 8 \to a = 1}$$

Date: / / Subject:

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha.\beta}} = ۵ \rightarrow \frac{\sqrt{S+۲\sqrt{P}}}{\sqrt{P}} = \frac{\sqrt{\frac{m+\cancel{۱۶+۲}\,۲۴}{۲۴}}}{\frac{1}{۴}}$$ ۱۰

$$= \frac{\cancel{۴}\sqrt{m+۲۴}}{\cancel{۴}} = \sqrt{m+۲۴} = ۵ \rightarrow m=-1$$

$$mx^۲+۲x+۲=۰ \rightarrow -x^۲+۲x+۲=۰ \rightarrow x^۲-۲x-۲=۰ \rightarrow \alpha.\beta = \frac{c}{a} = \boxed{-۲}$$