Date: / / ۱۶ Subject:

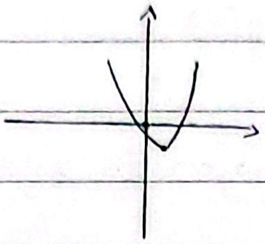
صدرا ناعمی تکلیف شماره ی ۲۵ دهم بیسر ۸

① ②

الف) $y=۳x^{۲}-۲x$

$x_s=\frac{۱}{۳}$

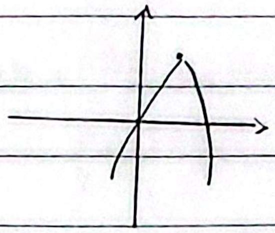
$y_s=\frac{-۱}{۳}$



→ از ناحیه سوم می گذرد ✓

ب) $y=-x^{۲}+۴x$

$x_s=۲ \quad , \quad y_s=۴$

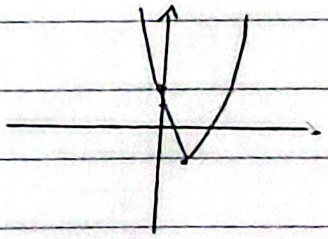


→ از ناحیه دوم می گذرد ✓

②

الف) $y=۲x^{۲}-۵x+۲$

$x_s=\frac{۵}{۴} \quad , \quad y_s=\frac{۲۵}{۸}-\frac{۲۵}{۴}+۲=\frac{-۹}{۸}$

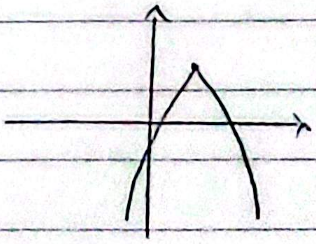


②

از ناحیه اول، دوم، چهارم میگذرد ✓

ب) $y=-x^{۲}+۴x-۱$

$x_s=۲ \quad , \quad y_s=۳$



→ از ناحیه اول، سوم، چهارم میگذرد. ✓

③ ②

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}=\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}=\boxed{\frac{\sqrt{۱۳}}{۱۳}}$ ✓

$\alpha^{۳}-\beta^{۳}=(\alpha-\beta)(\alpha^{۲}+\beta^{۲}+\alpha\beta)$

ب) $\alpha^{۲}+\beta^{۲}=S^{۲}-۲P=۱+۶=\boxed{۷}$ ✓

$=\boxed{۴\sqrt{۱۳}}$ ✓

ج) $\alpha^{۳}+\beta^{۳}=S^{۳}-۳SP=۱+۹=\boxed{۱۰}$ ✓

④ یک ریشه دارد و چون $x=۲$ یک ریشه معادله است، پس یعنی ۲ تنها ریشه‌ای است و عبارت درجه دوم

①

ریشه ندارد یعنی $\Delta<۰$ باشد ← $a^۲-۴a<۰ \to a(a-۴)<۰$

$\to \begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۴ & \\ + & ۰ & - & ۰ & + \end{array} \to a=(۰,۴)$ ✓

حالت دوم: $x^۲-ax+a$ ریشه مضاعف $x=۲$ داشته باشد! ← $\boxed{a=۴}$ ←

جواب $۰<a\leq ۴$

⑤ $۲\alpha^۲+\beta^۲-۴\alpha=۷ \to (\cancel{\alpha^۲+\beta^۲})+\alpha(\cancel{\alpha-۴})=۷$

$S^۲-۲P=۱۴+\frac{۲a}{۳}$ $\qquad \frac{\cancel{\alpha-(\alpha+\beta)}}{-\beta}$

②

$\to ۱۴+\frac{۲a}{۳}+\frac{a}{۳}=۷ \to a=-۹$ $\qquad ۳x^۲-۱۲x+۹=۰$

ریشه بزرگ $\to \frac{۱۲+\sqrt{۱۴۴-۱۰۸}}{۶}=۳$

$\frac{a}{\text{ریشه بزرگ}}=\frac{-۹}{۳}=\boxed{-۳}$ ✓

⑥ چون عرض نقاط برابر است پس x_s برابر میانگین طول هاست: $x_s=\frac{-۲a+۳+۷+۲a}{۲}=\frac{۱۰}{۲}=۵$ ✓

$\to b=۵$ ، $y_s=b-۲=۳$ ✓

۵

$x_s=\frac{-b}{۲a}=۵ \to b=-۱۰a$ $\qquad \frac{-\Delta}{۴a}=\frac{۴ac-۱۰۰a^۲}{۴a}=c-۲۵a=۳$

$\to \cancel{a=\frac{c-۳}{۲۵}}$

$\xrightarrow{(۰,۳)} y=ax^۲+bx+c \to ۳=\frac{c-۳}{۲۵}x^۲+\frac{۲(c-۳)}{۵}x+c$

$\to ۳=c-۳+۲c-۶+c \to \boxed{\cancel{c=۳}}$

⑦ ۰٫۵

$۴۰β^۲ + ۲۰α^۲ - ۲۰β = ۱۷ \rightarrow ۲۰(α^۲+β^۲) + ۲۰β(β-۱) = ۱۷$

$\rightarrow ۲۰\left(۱+\frac{۲b}{a}\right) + ۲۰β\Big(\underbrace{\cancel{β-(α+β)}}_{-α}\Big) = ۲۰ - \frac{۴۰b}{a} ~~+ \frac{۲۰b}{a} - ۲۰~~ - \frac{۲۰b}{a}$

$\rightarrow ۲۰a - ۲۰b = ۱۷a \rightarrow ۳a = ۲۰b \rightarrow \cancel{b = \frac{۳a}{۲۰}}$

$\rightarrow ax^۲ - ax - \frac{۳a}{۲۰} = ۰ \rightarrow |α-β| = \frac{\sqrt{Δ}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^۲ - \frac{۳a^۲}{۵}}}{|a|} = \frac{\sqrt{\frac{۲a^۲}{۵}}}{|a|}$

$\rightarrow \boxed{\sqrt{\frac{۲}{۵}}}$

⑧ ۲

$x_s = \frac{۱-۵}{۲} = -۲ \qquad y_s = -\frac{۱}{۲}$

✓

$\frac{-b}{۲a} = -۲ \rightarrow b = ۴a \qquad \Rightarrow y = ax^۲ + ۴ax + \frac{۳}{۲}$

$\xrightarrow{(-۲,\,-\frac{۱}{۲})} -\frac{۱}{۲} = \overset{-۴a}{۴a - ۸a} + \frac{۳}{۲}$

$\rightarrow a = \frac{۱}{۲}$

$\rightarrow y = \frac{x^۲}{۲} + ۲x + \frac{۳}{۲}$

$\xrightarrow{(۱,β)} β = \frac{۱}{۲} + ۲ + \frac{۳}{۲} \rightarrow \boxed{β = ۴}$ ✓

⑨ ۲

$۳α^۲ + ۲β^۲ = ۲\underbrace{(α^۲+β^۲)}_{۳۶-۲a} + α^۲$

$\rightarrow x^۲ + ۶x + a = ۰ \Rightarrow x = \frac{-۶ \pm \sqrt{۳۶-۴a}}{۲} = -۳ \pm \sqrt{۹-a}$

$\xrightarrow{α = -۳-\sqrt{۹-a}} ۷۲ - ۴a + α^۲ = ۷۲ - ۴a - ۱(۹ + ۹ - a + ۶\sqrt{۹-a}) = \boxed{۱۲\sqrt{۲}}$ ۸۵

تصحیح املایی

تصحیح املایی

$\rightarrow ۷۲ - ۴a - ۱۸ + a - ۶\sqrt{۹-a} \rightarrow -۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۳۶ \times (۹-a) = ۲۸۸$

$\rightarrow ۹ - a = ۸ \rightarrow \boxed{a = ۱}$ ✓

(۱۰)

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}=\frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\cdot\beta}}=۵ \to \frac{\sqrt{S+۲\sqrt{P}}}{\sqrt{P}}=\frac{\sqrt{\frac{m+۱۰+۱۶}{۳۶}}}{\frac{۱}{۶}}$$

(۲)

$$=\frac{۶\sqrt{m+۲۶}}{\cancel{۶}}=\sqrt{m+۲۶}=۵ \to m=-۱$$

$$mx^۲+۳x+۲=۰ \to -x^۲+۳x+۲=۰ \to x^۲-۳x-۲=۰ \to \alpha\cdot\beta=\frac{c}{a}=-۲$$ ✓

۶ـ A و B هم عرضند پس طول رأس میانگین آنهاست:

$$x_S=b=\frac{۷-۲a+۲a+۳}{۲}=۵ \to S(۵,۳)$$

مولفه‌های A و B طبیعی اند:

$$\left.\begin{array}{l} ۷-۲a>۰ \to a<۳/۵ \\ ۲a+۳>۰ \to a>-۱/۵ \\ a-۲>۰ \to a>۲ \end{array}\right\} \xrightarrow{\cap} a=۳ \quad A(۹,۱) \quad B(۱,۱)$$

$$y-۳=a(x-۵) \xrightarrow{(۱,۱)} a=\frac{-۱}{۸} \xrightarrow{\text{معادله سهمی}} y-۳=-\frac{۱}{۸}(x-۵)^۲$$

محل برخورد سهمی با محور عرض ها:

$$y-۳=-\frac{۱}{۸}(۰-۵)^۲ \to y=-\frac{۱}{۸}$$

فاصله تا مبدا مختصات ← $\boxed{\frac{۱}{۸}}$

ـ۷

$$S=\alpha+\beta=۱ \to \alpha=۱-\beta$$

$$۴۰\beta^۲+۲۰(۱-\beta)^۲-۲۰\beta-۱۷=۰ \to ۲۰\beta^۲-۲۰\beta+۱=۰ \to \beta=\frac{۱۰\mp\sqrt{۸۰}}{۲۰}$$

اختلاف ریشه ها $:|\alpha-\beta|=۱-۲\beta=\left|۱-۲\left(\frac{۱۰\mp\sqrt{۸۰}}{۲۰}\right)\right|=\frac{۲}{\sqrt{۵}}$